

موسسه بابان

انتشارات بابان و انتشارات راهیان ارشد

پایگاه داده‌ها

فصل چهارم: جبر رابطه‌ای

(ویژه کنکور ارشد ۱۴۰۵)

ویژه‌ی داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر و IT

براساس کتب مرجع

آبراهام سیلبرشاتز، راما کریشنان، رامز المصری، سی جی دیت و توماس کانلی و کارولین بگ

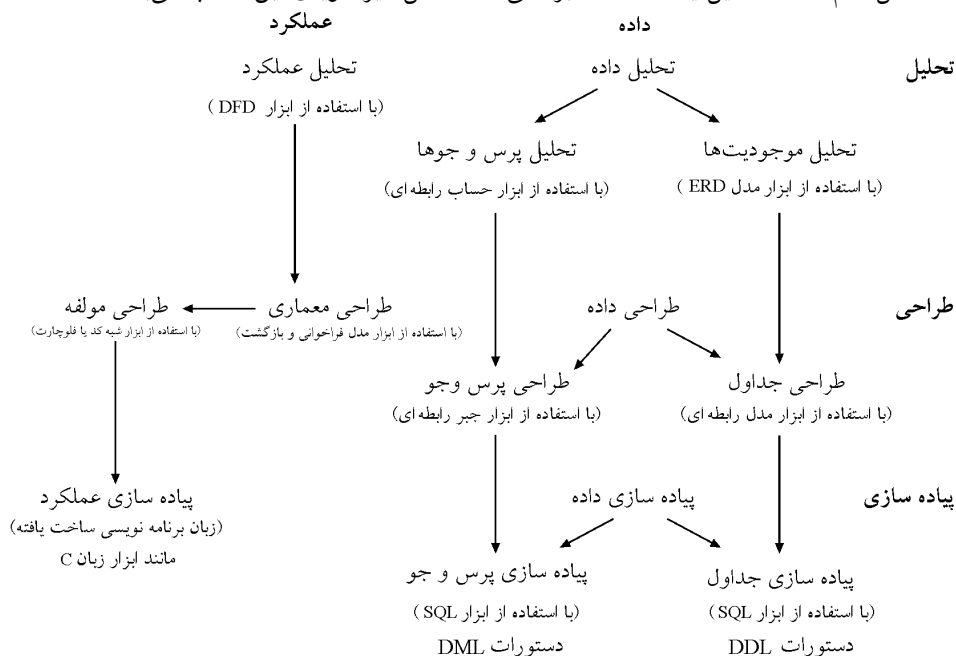
ارسطو خلیلی فر

مقدمه

همانطور که در فصل اول (مفاهیم پایه) گفتیم، یک محصول نرم‌افزاری به واسطه‌ی فرآیند تولید نرم‌افزار که شامل فعالیت‌های **مدل تحلیل**، **مدل طراحی** و **پیاده‌سازی** می‌باشد، ایجاد می‌گردد.

مدل تحلیل

در فصل دوم (مدل تحلیل یا مدل ER) بررسی شد. شکل زیر گویای این مطلب می‌باشد:



مدل طراحی

پس از مدل تحلیل، نوبت به مدل طراحی می‌رسد، پس از مدل تحلیل، باید برای پیاده‌سازی نرم‌افزار آماده شد.

طراحی داده بر دو بخش **طراحی جدول** و **طراحی پرس‌وجو** می‌باشد. طراحی جدول از بخش طراحی داده، تحلیل موجودیت (ERD) از مدل تحلیل را به عنوان ورودی دریافت کرده و توسط مدل رابطه‌ای، طراحی جدول را انجام می‌دهد. طراحی پرس‌وجو از بخش طراحی داده، تحلیل پرس‌وجو (حساب رابطه‌ای) از مدل تحلیل را به عنوان ورودی دریافت کرده و توسط جبر رابطه‌ای، طراحی پرس‌وجو را انجام می‌دهد.

توجه: جهت ذخیره‌سازی اطلاعات نیاز به جدول داریم و برای بازیابی اطلاعات بر اساس پرس‌وجوهای مورد نظر نیاز به پرس‌وجونویسی داریم. در پایگاه داده رابطه‌ای که بر پایه مجموعه‌ها است، جدول توسط مدل رابطه‌ای و پرس‌وجو توسط جبر رابطه‌ای ایجاد می‌شود.

مدل رابطه‌ای (Relational Model)

مدل رابطه‌ای از دو بخش زیر تشکیل شده است:

۱- رابطه (جدول)

۲- قوانین مدل رابطه‌ای

توجه: مدل رابطه‌ای در فصل قبل به طور کامل بررسی شد.

جبر رابطه‌ای (Relational Algebra)

جبر رابطه‌ای از دو بخش زیر تشکیل شده است:

۱- عملوندها (جداول)

۲- عملگرها

توجه: با استفاده از عملگرهای موجود در پرس‌وجوها، داده‌ها از عملوندها (جداول) استخراج می‌شوند. **عملوندها** به عنوان جداول اولیه در فصل مدل رابطه‌ای بررسی شد. در ادامه **عملگرها** در به طور مفصل تشریح می‌شود.

عملوندها

در جبر رابطه‌ای، عملوندها همان روابط (جداول) هستند که پرس‌وجوها بر روی همین روابط جهت استخراج اطلاعات نوشته می‌شود.

عملگرها

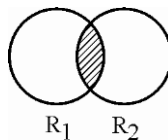
در جبر رابطه‌ای، پرس وجوها توسط عملگرهای جبر رابطه‌ای نوشته می‌شوند. این عملگرها به دو دسته کلی **عملگرهای اصلی** (فقط شش گانه σ ، Π ، $\times$ ، $-$ ، $\cup$ و ρ) و **فرعی** ($\cap$ ، $\bowtie$ و غیره) تقسیم می‌شوند. کلیه پرس وجوهای ممکن در جبر رابطه‌ای را می‌توان توسط عملگرهای اصلی نوشت. به عبارت دیگر هیچ پرس وجویی در جبر رابطه‌ای وجود ندارد که با استفاده از عملگرهای اصلی قابل نوشتن نباشد. عملگرهای فرعی آن دسته از عملگرهایی هستند که توسط عملگرهای اصلی قابل تولید هستند. بنابراین عملگرهای فرعی جهت **ساده‌نویسی** پرس وجوها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

توجه: در یک عبارت ساده عملگرهای فرعی، **مدل انتزاعی** (حذف جزئیات و کلی‌گویی) عملگرهای اصلی است. عملگرهای اصلی در دل عملگرهای فرعی نهفته است.

توجه: در ریاضیات، **توان** یک **عملگر فرعی** است. برای مثال 2^5 جای‌گزین نوشتن عبارت طولانی $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ توسط **عملگر اصلی ضرب** شده است.

مثال: عملگر اشتراک ($\cap$) یک **عملگر فرعی** است که می‌توان توسط **عملگر اصلی** تفاضل آنرا شبیه‌سازی نمود، به صورت زیر:

$$R_1 \cap R_2 = R_1 - (R_1 - R_2) = R_2 - (R_2 - R_1)$$



روال کلی پرس وجو نویسی در جبر رابطه‌ای

روال کلی پرس وجو نویسی در جبر رابطه‌ای به ترتیب به صورت زیر است:

(۱) تعیین مکان جستجو (انتخاب جدول R یا جداول)

(۲) تعیین شرط جستجو (شرط انتخاب سطر σ)

(۳) تعیین خروجی جستجو (مدل انتخاب ستون Π)

در ادامه به بررسی عملگرهای جبر رابطه‌ای می‌پردازیم:

۱- عملگر انتخاب (Select)

این عملگر توسط نماد σ نمایش داده می‌شود. عملگر σ یک **عملگر اصلی** است و جهت انتخاب سطر در یک جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد.

فرم کلی عملگر σ به صورت زیر است:

$$R_2 = \sigma_{\theta}(R_1)$$

در بخش θ شرط انتخاب سطر به عنوان ملاک انتخاب سطر مشخص می‌گردد. همچنین در این بخش علائم ریاضی $=, \neq, >, \geq, <, \leq$ و عملگرهای منطقی $\neg, \vee, \wedge$ می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

در بخش R_1 نام جدول یا جداول به عنوان مکان پرس‌وجو مشخص می‌گردد، این مکان جستجو می‌تواند خروجی یک پرس‌وجوی دیگر یعنی یک عبارت جبر رابطه‌ای دیگر باشد. اگر رابطه R_1 به عنوان رابطه مبدا و رابطه R_2 را به عنوان رابطه مقصد، حاصل از عملگر σ در نظر بگیریم، آنگاه قواعد زیر را داریم:

درجه رابطه مقصد

به تعداد ستون‌های یک رابطه، **درجه رابطه** گفته می‌شود. تعداد ستون‌های یک رابطه همواره بزرگتر از صفر $\deg(R) > 0$ می‌باشد، یعنی جدول بدون ستون نداریم. درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر σ همواره برابر درجه رابطه مبدا می‌باشد.

$$\deg(R_2) = \deg(R_1)$$

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

درجه رابطه فوق به عنوان رابطه مبدا برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\deg(R_1) = \deg(S) = 3$$

پرس‌وجوی زیر را در نظر بگیرید:

$$R_2 = \sigma_{\text{City}='C2'}(S)$$

S#	Sname	City
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

درجه رابطه فوق به عنوان رابطه مقصد برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\deg(R_2) = 3$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

به تعداد سطرهای یک رابطه، **کاردینالیتی رابطه** گفته می‌شود. تعداد سطرهای یک رابطه برابر صفر یا بزرگتر از صفر $\text{card}(R) \geq 0$ می‌باشد، یعنی جدول بدون سطر داریم که جدول تهی است.

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر σ همواره کوچکتر یا مساوی کاردینالیتی رابطه مبدا می‌باشد.

$$\text{card}(R_2) \leq \text{card}(R_1)$$

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

کاردینالیتی رابطه فوق به عنوان رابطه مبدا برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_1) = \text{card}(S) = 3$$

پرس و جوی زیر را در نظر بگیرید:

$$R_2 = \sigma_{\text{City}='C2'}(S)$$

<u>S#</u>	Sname	City
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

کاردینالیتی رابطه فوق به عنوان رابطه مقصد برابر مقدار 2 است، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_2) = 2$$

تعداد روابط حاصل

تعداد روابط حاصل از عملگر σ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$2^{\text{card}(R_1)} = 2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n}$$

همان‌طور که می‌دانید یک مجموعه با n عضو، دارای 2^n زیر مجموعه است که البته یکی از آن‌ها مجموعه تهی است. بنابراین اگر رابطه‌ای دارای n سطر باشد، تعداد روابط حاصل از عملگر σ برابر 2^n خواهد بود.

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

نام سطر	<u>S#</u>	Sname	City
X	S1	Sn1	C1
Y	S2	Sn2	C2
Z	S3	Sn3	C2

کاردینالیتی رابطه فوق برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_1) = \text{card}(S) = 3$$

X	Y	Z	انتخاب سطر
0	0	0	تهی
0	0	1	Z
0	1	0	Y
0	1	1	YZ
1	0	0	X
1	0	1	XZ
1	1	0	XY
1	1	1	XYZ

بنابراین تعداد روابط حاصل از عملگر σ برابر $2^3 = 8$ خواهد بود.

کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر σ همواره برابر کلید کاندید رابطه مبدا می‌باشد.

$$C.K.(R_2) = C.K.(R_1)$$

زیرا رابطه مقصد حاصل از عملگر σ همواره **زیر مجموعه سطری** رابطه مبدا است.

شرط لازم برای **زیر مجموعه بودن سطری** رعایت **شروط سازگاری** است، در جبر رابطه‌ای دو شرط به عنوان شروط سازگاری مطرح است:

شرط اول: تعداد ستون‌های دو جدول یکسان باشد، به عبارت دیگر دو رابطه (جدول) هم درجه باشند.

شرط دوم: نوع یا دامنه ستون‌های متناظر در دو جدول یکسان باشد.

اگر بخواهیم دو شرط فوق را در یک جمله بیان کنیم، اینطور خواهد بود، شروط سازگاری یعنی تیتراها در دو رابطه (جدول) یکسان باشد.

و شرط کافی برای زیر مجموعه بودن، قرار داشتن کلیه سطرهای رابطه سمت چپ در رابطه سمت راست است.

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

کلید کاندید رابطه فوق به عنوان رابطه مبدا برابر S# است:

$$C.K.(R_1) = C.K.(S) = S\#$$

پرس و جوی زیر را در نظر بگیرید:

$$R_2 = \sigma_{City='C2'}(S)$$

S#	Sname	City
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

از آنجا که شروط سازگاری مابین رابطه مبدا R_1 و رابطه مقصد R_2 برقرار است، و همچنین همه سطرهای رابطه مقصد R_2 در رابطه R_1 قرار دارد، پس رابطه R_2 **زیر مجموعه سطری** رابطه R_1 می‌باشد:

$$R_2 \subseteq R_1$$

پس کلید کاندید رابطه مقصد R_2 برابر همان کلید کاندید رابطه مبدا R_1 است.

$$C.K.(R_2) = S\#$$

توجه: در جبر رابطه‌ای فقط **زیر مجموعه سطری** داریم. مطابق تعریف مجموعه در ریاضی، زیرمجموعه بودن، موضوع تاپلی (سطری) است و نه ستونی!

مثال: دامنه‌های D_1 و D_2 را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$D_1 = \{a, b\}$$

$$D_2 = \{x, y\}$$

$$D_1 \times D_2 = \{(a, x), (a, y), (b, x), (b, y)\}$$

رابطه R به عنوان یک زیر مجموعه دلخواه از حاصلضرب دکارتی دو دامنه D_1 و D_2 به صورت زیر است:

$$R \subseteq D_1 \times D_2$$

$$R = \{(a, x), (a, y), (b, y)\}$$

D_1	D_2	$\subseteq$	D_1	D_2
a	x		a	x
a	y		a	y
b	y		b	x
			b	y

توجه: در جبر رابطه‌ای زیرمجموعه ستونی نداریم.

D ₁	D ₂	⋈	D ₁	D ₂	D ₃
----------------	----------------	---	----------------	----------------	----------------

خاصیت جابه‌جایی

عملگر σ نسبت به خودش دارای خاصیت جابه‌جایی است، یعنی اگر چندین عملگر σ به صورت متوالی روی یک رابطه مورد استفاده قرار گیرند، می‌توان ترتیب آنها را به هر شکل دلخواهی تغییر داد. به طور کلی اگر R یک رابطه و θ_1 و θ_2 بیانگر دو شرط باشند، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$\sigma_{\theta_1}(\sigma_{\theta_2}(R)) = \sigma_{\theta_2}(\sigma_{\theta_1}(R)) = \sigma_{\theta_1 \wedge \theta_2}(R)$$

همچنین در یک قاعده کلی تساوی زیر نیز همواره برقرار است:

$$\sigma_{\theta_1}(\sigma_{\theta_2} \dots \sigma_{\theta_n}(R)) = \sigma_{\theta_1 \wedge \theta_2 \dots \wedge \theta_n}(R)$$

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

پرس‌وجوی زیر را در نظر بگیرید:

$$\sigma_{Sname='Sn2'}(\sigma_{City='C2'}(S)) = \sigma_{City='C2'}(\sigma_{Sname='Sn2'}(S)) = \sigma_{Sname='Sn2' \wedge City='C2'}(S)$$

S#	Sname	City
S2	Sn2	C2

۲ - عملگر پرتو یا تصویر (Project)

این عملگر توسط نماد Π نمایش داده می‌شود. عملگر Π یک **عملگر اصلی** است و جهت انتخاب ستون در یک جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکل ظاهری Π شبیه ستون است. فرم کلی عملگر Π به صورت زیر است:

$$R_2 = \Pi_L(R_1)$$

در بخش L مدل انتخاب ستون به عنوان ستون‌های مورد نیاز مشخص می‌گردد.

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر Π کوچکتر یا مساوی درجه رابطه مبدا می‌باشد.

$$\deg(R_2) \leq \deg(R_1)$$

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

درجه رابطه فوق به عنوان رابطه مبدا برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\deg(R_1) = \deg(S) = 3$$

پرس و جو ۱:

$$R_2 = \Pi_{S\#,Sname,City}(S)$$

<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

درجه رابطه فوق به عنوان رابطه مقصد برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\deg(R_2) = 3$$

پرس و جو ۲:

$$R_2 = \Pi_{S\#,Sname}(S)$$

<u>S#</u>	Sname
S1	Sn1
S2	Sn2
S3	Sn3

درجه رابطه فوق به عنوان رابطه مقصد برابر مقدار 2 است، به صورت زیر:

$$\deg(R_2) = 2$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر Π کوچکتر یا مساوی کاردینالیتی رابطه مبدا می‌باشد.

$$\text{card}(R_2) \leq \text{card}(R_1)$$

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

کاردینالیتی رابطه فوق به عنوان رابطه مبدا برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_1) = \text{card}(S) = 3$$

پرس وجو ۱:

$$R_2 = \Pi_{S\#, Sname}(S)$$

S#	Sname
S1	Sn1
S2	Sn2
S3	Sn3

کاردینالیتی رابطه فوق به عنوان رابطه مقصد برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_2) = 3$$

پرس وجو ۲:

$$R_2 = \Pi_{City}(S)$$

City
C1
C2
C2

توجه: در جبر رابطه‌ای هنگام استفاده از عملگر Π ، تاپل‌های تکراری فقط یک بار در خروجی ظاهر می‌شوند. بنابراین خروجی نهایی پرس وجوی فوق به صورت زیر است:

City
C1
C2

کاردینالیتی رابطه فوق به عنوان رابطه مقصد برابر مقدار 2 است، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_2) = 2$$

تعداد روابط حاصل

تعداد روابط حاصل از عملگر Π به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$2^{\deg(R_1)} - 1 = 2^n - 1 = \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n}$$

همان‌طور که می‌دانید یک مجموعه با n عضو، دارای 2^n زیر مجموعه است که البته یکی از آن‌ها مجموعه تهی است. بنابراین اگر رابطه‌ای دارای n ستون باشد، تعداد روابط حاصل از عملگر Π برابر $2^n - 1$ خواهد بود، دقت کنید که جدول بدون ستون نداریم، پس مجموعه تهی کنار گذاشته شده است.

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

نام ستون	X	Y	Z
	<u>S#</u>	Sname	City
	S1	Sn1	C1
	S2	Sn2	C2
	S3	Sn3	C2

درجه رابطه فوق برابر مقدار 3 است، به صورت زیر:

$$\deg(R_1) = \deg(S) = 3$$

X	Y	Z	انتخاب ستون
0	0	0	تهی (جدول بدون ستون نداریم)
0	0	1	Z
0	1	0	Y
0	1	1	YZ
1	0	0	X
1	0	1	XZ
1	1	0	XY
1	1	1	XYZ

بنابراین تعداد روابط حاصل از عملگر Π برابر $2^3 - 1 = 7$ خواهد بود.

کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر Π به دو فرم زیر وجود دارد:

فرم اول: اگر کلید کاندید رابطه مبدا یعنی R_1 در رابطه مقصد یعنی R_2 باشد، آنگاه کلید کاندید

رابطه مقصد یعنی R_2 برابر همان کلید کاندید رابطه مبدا یعنی R_1 خواهد بود، به صورت زیر:

$$C.K.(R_2) = C.K.(R_1)$$

مثال ۱: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C2
S2	Sn2	C2
S3	Sn2	C3

کلید کاندید رابطه فوق به عنوان رابطه مبدا برابر $S\#$ است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_1) = C.K.(S) = S\#$$

پرس و جو ۱:

$$R_2 = \Pi_{S\#, Sname}(S)$$

$S\#$	Sname
S1	Sn1
S2	Sn2
S3	Sn2

از آنجا که کلید کاندید رابطه مبدا R_1 در رابطه مقصد R_2 وجود دارد، پس کلید کاندید رابطه مقصد R_2 برابر همان کلید کاندید رابطه مبدا R_1 خواهد بود، به صورت زیر:

$$C.K.(R_2) = S\#$$

فرم دوم: اما اگر کلید کاندید رابطه مبدا R_1 در رابطه مقصد R_2 نباشد، آنگاه کلید کاندید رابطه مقصد **تمام کلید** خواهد بود، به صورت زیر:

$$C.K.(R_2) = \text{All Key}$$

مثال ۲: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>$S\#$</u>	Sname	City
S1	Sn1	C2
S2	Sn2	C2
S3	Sn2	C3

کلید کاندید رابطه فوق به عنوان رابطه مبدا برابر $S\#$ است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_1) = C.K.(S) = S\#$$

پرس و جو ۲:

$$R_2 = \Pi_{Sname, City}(S)$$

Sname	City
Sn1	C2
Sn2	C2
Sn2	C3

از آنجا که کلید کاندید رابطه مبدا R_1 در رابطه مقصد R_2 وجود ندارد، پس کلید کاندید رابطه مقصد R_2 برابر $Sname, City$ یعنی **تمام کلید** خواهد بود، به صورت زیر:

$$C.K.(R_2) = \text{All Key} = Sname, City$$

قاعده کاربرد تودرتو

کاربرد تودرتوی عملگر Π فقط به صورت مشروط امکان پذیر است. به طور کلی اگر R یک رابطه و L_1 و L_2 بیانگر دو زیر مجموعه متفاوت از ستون‌ها باشند، آنگاه عبارت زیر زمانی برقرار است که $L_1 \subseteq L_2$:

$$\Pi_{L_1}(\Pi_{L_2}(R))$$

توجه: در یک قاعده کلی اگر R یک رابطه و L_1 تا L_n بیانگر زیر مجموعه‌های متفاوت از ستون‌ها باشند، آنگاه عبارت زیر زمانی برقرار است که $L_i \subseteq L_{i+1}$: $1 \leq i < n$

$$\Pi_{L_1}(\Pi_{L_2}(\dots \Pi_{L_n}(R)))$$

توجه مهم: در یک قاعده کلی تساوی زیر زمانی برقرار است که $L_i \subseteq L_{i+1}$: $1 \leq i < n$

$$\Pi_{L_1}(\Pi_{L_2}(\dots \Pi_{L_n}(R))) = \Pi_{L_1}(R)$$

توجه: در جبر رابطه‌ای همواره پرس‌وجو از داخلی‌ترین پرائتز آغاز، سپس در ادامه به سمت خارجی‌ترین پرائتز حرکت و در نهایت پایان می‌یابد.

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

پرس‌وجوی زیر را در نظر بگیرید:

$$R_2 = \Pi_{S\#}(\Pi_{S\#,sname}(S))$$

S#	Sname
S1	Sn1
S2	Sn2
S3	Sn3

که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#
S1
S2
S3

خاصیت جابه‌جایی

عملگر Π نسبت به خودش همواره دارای خاصیت جابه‌جایی نیست، یعنی اگر چندین عملگر Π به صورت متوالی روی یک رابطه مورد استفاده قرار گیرند، نمی‌توان ترتیب آنها را به هر شکل دلخواهی تغییر داد. به طور کلی اگر R یک رابطه و L_1 و L_2 بیانگر دو زیر مجموعه متفاوت از ستون‌ها باشند، یعنی $L_1 \neq L_2$ ، آنگاه رابطه زیر برقرار است:

$$\Pi_{L_1}(\Pi_{L_2}(R)) \neq \Pi_{L_2}(\Pi_{L_1}(R))$$

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

پرس‌وجو ۱:

$$R_2 = \Pi_{S\#}(\Pi_{S\#,Sname}(R))$$

<u>S#</u>	Sname
S1	Sn1
S2	Sn2
S3	Sn3

که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

<u>S#</u>
S1
S2
S3

پرس‌وجو ۲:

$$R_2 = \Pi_{S\#,Sname}(\Pi_{S\#}(R))$$

مطابق قاعده کاربرد تو در تو $S\#,Sname$ زیر مجموعه $S\#$ نیست، یعنی $S\#,Sname \not\subseteq S\#$ بنابراین، پرس‌وجوی فوق قابل انجام نیست. پس رابطه زیر برقرار است:

$$\Pi_{S\#}(\Pi_{S\#,Sname}(R)) \neq \Pi_{S\#,Sname}(\Pi_{S\#}(R))$$

توجه: در یک قاعده کلی اگر R یک رابطه و L_1 و L_2 بیانگر دو زیر مجموعه یکسان از ستون‌ها باشند، یعنی $L_1 = L_2$ ، آنگاه رابطه زیر برقرار است:

$$\Pi_{L_1}(\Pi_{L_2}(R)) = \Pi_{L_2}(\Pi_{L_1}(R))$$

مثال: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

پرس وجوی زیر را در نظر بگیرید:

$$R_2 = \Pi_{S\#}(\Pi_{S\#}(R))$$

<u>S#</u>
S1
S2
S3

که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

<u>S#</u>
S1
S2
S3

پس رابطه زیر برقرار است:

$$\Pi_{S\#}(\Pi_{S\#}(R)) = \Pi_{S\#}(R)$$

خاصیت جابه‌جایی دو عملگر Π و σ

دو عملگر σ و Π به صورت **مشروط** دارای خاصیت جابه‌جایی هستند. به طور کلی اگر R یک رابطه، L زیر مجموعه‌ای از ستون‌ها و θ مجموعه‌ای از شروط بر روی سطرها باشد، آنگاه تساوی زیر زمانی برقرار است که ستون‌های عملگر σ زیر مجموعه ستون‌های عملگر Π باشد. یعنی $\sigma \subseteq \Pi$

$$\Pi_L(\sigma_\theta(R)) = \sigma_\theta(\Pi_L(R))$$

مثال ۱: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

پرس وجو ۱:

$$R_2 = \Pi_{S\#,City} (\sigma_{City='C2'}(S))$$

S#	Sname	City
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#	City
S2	C2
S3	C2

پرس وجو ۲:

$$R_2 = \sigma_{City='C2'} (\Pi_{S\#,City}(S))$$

S#	City
S1	C1
S2	C2
S3	C2

که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#	City
S2	C2
S3	C2

پس رابطه زیر برقرار است:

$$\Pi_{S\#,City} (\sigma_{City='C2'}(S)) = \sigma_{City='C2'} (\Pi_{S\#,City}(S))$$

مثال ۲: جدول S را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

پرس وجو ۱:

$$R_2 = \Pi_{S\#} (\sigma_{City='C2'}(S))$$

S#	Sname	City
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

<u>S#</u>
S2
S3

پرس وجو ۲:

$$R_2 = \sigma_{City='C2'}(\Pi_{S\#}(S))$$

<u>S#</u>
S1
S2
S3

که در نهایت پس از حرکت به سمت خارج، انجام عملگر انتخاب امکان پذیر نخواهد بود، زیرا ستون‌های عملگر σ یعنی City زیر مجموعه ستون‌های عملگر Π یعنی S# نیست، یعنی $City \not\subseteq S\#$. در واقع ستون City در پرائتز داخلی توسط عملگر Π انتخاب نشده است، بنابراین اجرای عملگر σ بر روی ستون City امکان‌پذیر نیست.
پس رابطه زیر برقرار است:

$$\Pi_{S\#}(\sigma_{City='C2'}(S)) \neq \sigma_{City='C2'}(\Pi_{S\#}(S))$$

پرس وجو نویسی

جداول S، SP و P را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City	<u>S#</u>	<u>P#</u>	QTY	<u>P#</u>	Pname	Color
S1	Sn1	C1	S1	P1	10	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2	S1	P2	20	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2	S2	P1	30	جدول P		

جدول S جدول SP

پرس وجو ۱: مشخصات تولیدکنندگانی که ساکن شهر C2 هستند:

$$R_2 = \sigma_{City='C2'}(S)$$

در پرائتز داخلی یعنی داخل جدول S مشخصات تولیدکنندگان قرار دارد که توسط عملگر σ تولیدکنندگانی که ساکن شهر C2 هستند انتخاب می‌گردند، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

<u>S#</u>	Sname	City
S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2

پرس وجو ۲: شماره تولیدکنندگانی که ساکن شهر C2 هستند:

$$R_2 = \Pi_{S\#}(\sigma_{City='C2'}(S))$$

در پرانتز داخلی یعنی داخل جدول S مشخصات تولیدکنندگان قرار دارد که توسط عملگر σ تولیدکنندگانی که ساکن شهر C2 هستند انتخاب می گردند، که در نهایت پس از حرکت به سمت خارج و انجام عملگر پرتو، خروجی نهایی پرس و جو به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{S\#}{S2 \\ S3}$$

پرس و جو ۳: شماره تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده اند:

$$R_2 = \Pi_{S\#}(SP)$$

در پرانتز داخلی یعنی داخل جدول SP تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده اند قرار دارد، که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی نهایی پرس و جو به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{S\#}{S1 \\ S2}$$

۳- عملگر اجتماع (Union)

این عملگر توسط نماد $\cup$ نمایش داده می شود. عملگر $\cup$ یک **عملگر اصلی** است. عملگر $\cup$ جهت **تجمیع** کلیه سطرهاى دو جدول مورد استفاده قرار می گیرد. در جبر رابطه ای اجتماع هر دو رابطه دلخواه امکان پذیر نیست. مگر اینکه شروط سازگاری در مورد آنها برقرار باشد. در جبر رابطه ای دو شرط به عنوان شروط سازگاری مطرح است:

شرط اول: تعداد ستون های دو جدول یکسان باشد، به عبارت دیگر دو رابطه (جدول) هم درجه باشند.

شرط دوم: نوع یا دامنه ستون های متناظر در دو جدول یکسان باشد.

اگر بخواهیم دو شرط فوق را در یک جمله بیان کنیم، اینطور خواهد بود، شروط سازگاری یعنی تیترا در دو رابطه (جدول) یکسان (**هم تیترا**) باشد.

فرم کلی عملگر $\cup$ به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \cup R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\cup$ همواره برابر درجه روابط مبدا می باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) = \deg(R_2)$$

مثال: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \cup R_2$ به صورت زیر است:

$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \underline{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array} \cup \begin{array}{c|c} \underline{a} & \underline{b} \\ \hline 1 & 7 \\ 5 & 4 \end{array} = \begin{array}{c|c} \underline{a} & \underline{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 7 \\ 5 & 4 \end{array}$$

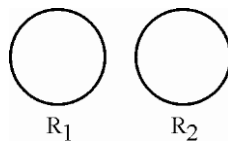
$$\deg(R_3) = \deg(R_1) = \deg(R_2) = 2$$

کار دینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\cup$ در **کمترین** و **بیشترین** حالت به صورت زیر است:

برای دو رابطه $R_1(a, b)$ دارای $\text{card}(R_1)$ تاپل و رابطه $R_2(a, b)$ دارای $\text{card}(R_2)$ تاپل دو فرم زیر را داریم:

فرم اول: اگر $R_1 \cap R_2 = \emptyset$ باشد، یعنی:



آنگاه، تعداد تاپل‌های حاصل از عملگر اجتماع یعنی $\text{card}(R_3)$ ، برابر $\text{card}(R_1) + \text{card}(R_2)$ است که **بیشترین** مقدار ممکن خواهد بود. یعنی:

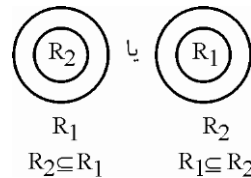
$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1) + \text{card}(R_2)$$

مثال ۱: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \cup R_2$ به صورت زیر است: با فرض $R_1 \cap R_2 = \emptyset$

$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \underline{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array} \quad \cup \quad \begin{array}{c|c} \underline{a} & \underline{b} \\ \hline 1 & 7 \\ 5 & 4 \\ 6 & 9 \end{array} = \begin{array}{c|c} \underline{a} & \underline{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 7 \\ 5 & 4 \\ 6 & 9 \end{array}$$

$$\text{card}(\mathbf{R}_3) = \text{card}(\mathbf{R}_1) + \text{card}(\mathbf{R}_2) = 2 + 3 = 5$$

فرم دوم: اگر $R_1 \subseteq R_2$ یا $R_2 \subseteq R_1$ باشد، یعنی:



آنگاه، تعداد تاپل‌های حاصل از عملگر اجتماع یعنی $\text{card}(R_3)$ ، برابر $\max(\text{card}(R_1), \text{card}(R_2))$ است که کمترین مقدار ممکن خواهد بود. یعنی:

$$\text{card}(R_3) = \max(\text{card}(R_1), \text{card}(R_2))$$

مثال ۲: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \cup R_2$ به صورت زیر است: با فرض $R_1 \subseteq R_2$

a	b		a	b	=	a	b
1	2	$\cup$	1	2		1	2
3	4		3	4		3	4
			5	6		5	6
		R_1			R_2		
							R_3

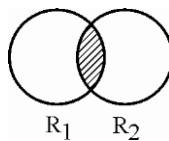
$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3$$

$$\text{card}(R_3) = \max(\text{card}(R_1), \text{card}(R_2)) = \max(2, 3) = 3$$

توجه: در جبر رابطه‌ای **تاپل‌های تکراری** حاصل از عملگر $\cup$ به طور خودکار **حذف می‌شوند**. به بیان دیگر، اگر یک تاپل در دو رابطه وجود داشته باشد در اجتماع آن دو رابطه فقط یکبار ظاهر می‌شود، به عبارت دیگر در اجتماع دو رابطه تاپل‌های تکراری وجود ندارد.

توجه: در جبر رابطه‌ای اجتماع هر رابطه با خودش برابر با همان رابطه است.

توجه: اگر دو رابطه R_1 و R_2 به ترتیب دارای $\text{card}(R_1)$ و $\text{card}(R_2)$ تاپل باشند و دو رابطه دارای k تاپل مشترک باشند، یعنی:



آنگاه حاصل $\text{card}(R_1 \cup R_2)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{card}(R_1 \cup R_2) = (\text{card}(R_1) + \text{card}(R_2)) - k$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \cup R_2$ به صورت زیر است: **با دو تاپل مشترک**

<u>a</u>	<u>b</u>	∪	<u>a</u>	<u>b</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2		1	2		1	2
3	4		3	4		3	4
5	6		9	10		5	6
7	8					7	8
R_1			R_2			R_3	

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 3$$

$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1 \cup R_2) = (\text{card}(R_1) + \text{card}(R_2)) - k = (4 + 3) - 2 = 7 - 2 = 5$$

کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر ∪ مابین دو رابطه R_1 و R_2 همواره **تمام کلید (All Key)** می‌باشد، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = \text{All key}$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \cup R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	∪	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
2	1	3		2	1	4		2	1	3
5	2	6		5	4	6		5	2	6
3	7	8		9	7	8		3	7	8
R_1				R_2				2	1	4
								5	4	6
								9	7	8
								R_3		

از آنجا که کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر ∪ مابین دو رابطه R_1 و R_2 همواره تمام کلید (All key) می‌باشد، پس کلید کاندید رابطه مقصد R_3 برابر abc است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = abc$$

توجه: همانطور که گفتیم، کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر ∪ مابین دو رابطه R_1 و R_2 همواره **تمام کلید** می‌باشد، اما اگر بگوییم **اجتماع** یا **اشتراک (تقاطع)** همه ستون‌های دو جدول R_1 و R_2 ، بازهم همان معنی **تمام کلید** می‌دهد. در مثال فوق ستون‌های جدول R_1 برابر abc و ستون‌های جدول R_2 نیز برابر abc است و اجتماع یا اشتراک تمام ستون‌های دو جدول R_1 و R_2 بازهم برابر abc می‌شود، که این همان معنای **تمام کلید** است اما به بیان دیگر.

خاصیت جابه‌جایی

عملگر $\cup$ دارای خاصیت جابه‌جایی است.

$$R_1 \cup R_2 = R_2 \cup R_1$$

خاصیت شرکت‌پذیری

عملگر $\cup$ دارای خاصیت شرکت‌پذیری است.

$$R_1 \cup (R_2 \cup R_3) = (R_1 \cup R_2) \cup R_3$$

خاصیت توزیع‌پذیری

عملگر انتخاب دارای خاصیت توزیع‌پذیری بر روی عملگر اجتماع است. به طور کلی اگر R_1 و R_2 دو رابطه و عملگر $\cup$ بیانگر عمل اجتماع باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$\sigma_{\theta}(R_1 \cup R_2) = \sigma_{\theta}(R_1) \cup \sigma_{\theta}(R_2)$$

مثال: جداول R_1 و R_2 را به صورت زیر در نظر بگیرید:

پرس‌وجو ۱:

$$\sigma_{c=6}(R_1 \cup R_2)$$

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$\cup$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
1	2	3		8	1	4		1	2	3
2	5	6		1	2	6		2	5	6
3	8	9		4	3	7		3	8	9
4	5	6		4	5	6		4	5	6
								8	1	4
								1	2	6
								4	3	7

$R_1 \qquad R_2 \qquad R_3$

که در نهایت پس از انجام عملگر انتخاب، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
2	5	6
4	5	6
1	2	6

پرس وجو ۲:

$$\sigma_{c=6}(R_1) \cup \sigma_{c=6}(R_2)$$

خروجی $\sigma_{c=6}(R_1)$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
2	5	6
4	5	6

خروجی $\sigma_{c=6}(R_2)$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
1	2	6
4	5	6

که خروجی نهایی پرس وجوی $\sigma_{c=6}(R_1) \cup \sigma_{c=6}(R_2)$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$\cup$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$=$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
2	5	6		1	2	6		2	5	6
4	5	6		4	5	6		4	5	6
								1	2	6

پس رابطه زیر برقرار است:

$$\sigma_{c=6}(R_1 \cup R_2) = \sigma_{c=6}(R_1) \cup \sigma_{c=6}(R_2)$$

توجه: همچنین به طور کلی اگر R یک رابطه و عملگر $\cup$ بیانگر عمل اجتماع باشد، همواره تساوی زیر روی یک جدول R با دو شرط متفاوت برقرار است:

$$\sigma_{\theta_1 \vee \theta_2}(R) = \sigma_{\theta_1}(R) \cup \sigma_{\theta_2}(R)$$

مثال: جدول R را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
2	3	4
3	4	5
4	4	6
1	4	3
5	6	5

پرس وجو ۱:

$$\sigma_{b=4 \vee c=5}(R)$$

a	b	c
3	4	5
4	4	6
1	4	3
5	6	5

پرس وجو ۲:

$$\sigma_{b=4}(R) \cup \sigma_{c=5}(R)$$

خروجی $\sigma_{b=4}(R)$ به صورت زیر است:

a	b	c
3	4	5
4	4	6
1	4	3

خروجی $\sigma_{c=5}(R)$ به صورت زیر است:

a	b	c
3	4	5
5	6	5

که خروجی نهایی پرس وجوی $\sigma_{b=4}(R) \cup \sigma_{c=5}(R)$ به صورت زیر است:

a	b	c	∪	a	b	c	=	a	b	c
3	4	5		3	4	5		3	4	5
4	4	6		5	6	5		4	4	6
1	4	3						1	4	3
								5	6	5

پس رابطه زیر برقرار است:

$$\sigma_{b=4 \vee c=5}(R) = \sigma_{b=4}(R) \cup \sigma_{c=5}(R)$$

۴ - عملگر اشتراک (Intersect)

این عملگر توسط نماد $\cap$ نمایش داده می شود. عملگر $\cap$ یک **عملگر فرعی** است. عملگر $\cap$ جهت **کشف** سطرهای مشترک دو جدول مورد استفاده قرار می گیرد. در جبر رابطه ای اشتراک هر دو رابطه دلخواه امکان پذیر نیست. مگر اینکه **شروط سازگاری** در مورد آنها برقرار باشد. شروط سازگاری یعنی تیترا در دو رابطه (جدول) یکسان (**هم تیترا**) باشد.

فرم کلی عملگر $\cap$ به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \cap R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\cap$ همواره برابر درجه روابط مبدا می‌باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) = \deg(R_2)$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \cap R_2$ به صورت زیر است:

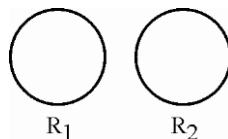
<u>a</u>	<u>b</u>		<u>a</u>	<u>b</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2	$\cap$	1	2		1	2
3	4		3	4		3	4
			5	6			
	R_1			R_2			R_3

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) = \deg(R_2) = 2$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\cap$ در **کمترین و بیشترین** حالت به صورت زیر است:
برای دو رابطه $R_1(a,b)$ دارای $\text{card}(R_1)$ تاپل و رابطه $R_2(a,b)$ دارای $\text{card}(R_2)$ تاپل داریم:

فرم اول: اگر $R_1 \cap R_2 = \phi$ باشد، یعنی:



آنگاه، تعداد تاپل‌های حاصل از عملگر **اشتراک** یعنی $\text{card}(R_3)$ ، برابر **صفر** یعنی جدول **تهی** است که **کمترین** مقدار ممکن خواهد بود. یعنی:

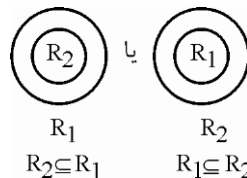
$$\text{card}(R_3) = 0$$

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \cap R_2$ به صورت زیر است: **با فرض** $R_1 \cap R_2 = \phi$

<u>a</u>	<u>b</u>		<u>a</u>	<u>b</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2	$\cap$	5	6		NULL	NULL
3	4		7	8			
			9	10			
	R_1			R_2			R_3

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 0$$

فرم دوم: اگر $R_1 \subseteq R_2$ یا $R_2 \subseteq R_1$ باشد، یعنی:



آنگاه، تعداد تاپل‌های حاصل از عملگر اشتراک یعنی $\text{card}(R_3)$ ، برابر $\min(\text{card}(R_1), \text{card}(R_2))$ است که **بیشترین** مقدار ممکن خواهد بود. یعنی:

$$\text{card}(R_3) = \min(\text{card}(R_1), \text{card}(R_2))$$

مثال ۲: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \cap R_2$ به صورت زیر است: **با فرض** $R_1 \subseteq R_2$

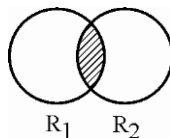
<u>a</u>	<u>b</u>		<u>a</u>	<u>b</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2	$\cap$	1	2		1	2
3	4		3	4		3	4
			5	6			
	R_1		R_2			R_3	

$$\text{card}(R_1) = 2$$

$$\text{card}(R_2) = 3$$

$$\text{card}(R_3) = \min(\text{card}(R_1), \text{card}(R_2)) = \min(2, 3) = 2$$

توجه: اگر دو رابطه R_1 و R_2 به ترتیب دارای $\text{card}(R_1)$ و $\text{card}(R_2)$ تاپل باشند و دو رابطه دارای k تاپل مشترک باشند، یعنی:



آنگاه حاصل $\text{card}(R_1 \cap R_2)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{card}(R_1 \cap R_2) = k$$

مثال ۳: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \cap R_2$ به صورت زیر است: **با فرض دو تاپل مشترک**

<u>a</u>	<u>b</u>	$\cap$	<u>a</u>	<u>b</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2		1	2		1	2
3	4		3	4		3	4
5	6		9	10			
7	8						
		R_1		R_2			R_3

$$\text{card}(R_1) = 4$$

$$\text{card}(R_2) = 3$$

$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1 \cap R_2) = k = 2$$

کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\cap$ مابین دو رابطه R_1 و R_2 همواره برابر یکی از کلیدهای کاندید روابط مبدا یعنی کلید کاندید R_1 یا کلید کاندید R_2 می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{C.K.}(R_3) = \text{C.K.}(R_1) \text{ OR } \text{C.K.}(R_2)$$

زیرا رابطه مقصد حاصل از عملگر $\cap$ همواره زیرمجموعه روابط مبدا است. یعنی $R_1 \cap R_2 \subseteq R_1$ و هم $R_1 \cap R_2 \subseteq R_2$ ، بنابراین هم کلید کاندید R_1 و هم کلید کاندید R_2 قدرت ایجاد تمایز بین سطرهاى $R_1 \cap R_2$ را دارد.

شرط لازم برای زیرمجموعه بودن رعایت **شرط سازگاری** است، شروط سازگاری یعنی تیترها در دو رابطه (جدول) یکسان (**هم‌تیر**) باشد.

و **شرط کافی** برای زیرمجموعه بودن، قرار داشتن کلیه سطرهاى رابطه سمت چپ در رابطه سمت راست است.

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \cap R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$\cap$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
1	2	3		1	2	3		1	2	3
4	5	6		4	5	6		4	5	6
7	8	9								
		R_1			R_2				R_3	

از آنجا که کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\cap$ مابین دو رابطه R_1 و R_2 همواره برابر یکی از کلیدهای کاندید روابط مبدا یعنی کلید کاندید R_1 یا کلید کاندید R_2 می‌باشد، پس کلید

کاندید رابطه مقصد R_3 برابر کلید کاندید رابطه R_1 یعنی a است یا برابر کلید کاندید رابطه R_2 یعنی b است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = a \text{ OR } b$$

اثبات: از آنجا که شروط سازگاری مابین رابطه مبدا R_1 و رابطه مقصد R_3 یعنی $R_1 \cap R_2$ برقرار است، و همچنین همه سطرهای رابطه مقصد R_3 یعنی $R_1 \cap R_2$ در رابطه R_1 قرار دارد، پس رابطه R_3 یعنی $R_1 \cap R_2$ زیر مجموعه رابطه R_1 می باشد، یعنی:

$$R_3 = R_1 \cap R_2 \subseteq R_1$$

پس کلید کاندید رابطه مقصد R_3 حاصل از عملگر اشتراک می تواند برابر همان کلید کاندید رابطه مبدا R_1 باشد، که برابر a است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = a$$

همچنین از آنجا که شروط سازگاری مابین رابطه مبدا R_2 و رابطه مقصد R_3 یعنی $R_1 \cap R_2$ برقرار است، و همچنین همه سطرهای رابطه مقصد R_3 یعنی $R_1 \cap R_2$ در رابطه R_2 قرار دارد، پس رابطه R_3 یعنی $R_1 \cap R_2$ زیر مجموعه رابطه R_2 می باشد، یعنی:

$$R_3 = R_1 \cap R_2 \subseteq R_2$$

پس کلید کاندید رابطه مقصد R_3 حاصل از عملگر اشتراک می تواند برابر همان کلید کاندید رابطه مبدا R_2 باشد، که برابر b است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = b$$

خاصیت جابه جایی

عملگر $\cap$ دارای خاصیت جابه جایی است.

$$R_1 \cap R_2 = R_2 \cap R_1$$

خاصیت شرکت پذیری

عملگر $\cap$ دارای خاصیت شرکت پذیری است.

$$R_1 \cap (R_2 \cap R_3) = (R_1 \cap R_2) \cap R_3$$

خاصیت توزیع پذیری

عملگر انتخاب دارای خاصیت توزیع پذیری بر روی عملگر اشتراک است. به طور کلی اگر R_1 و R_2 دو رابطه و عملگر $\cap$ بیانگر عمل اشتراک باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$\sigma_{\theta}(R_1 \cap R_2) = \sigma_{\theta}(R_1) \cap \sigma_{\theta}(R_2)$$

مثال: جداول R_1 و R_2 را به صورت زیر در نظر بگیرید:

پرس وجو ۱:

$$\sigma_{c=6}(R_1 \cap R_2)$$

a	b	c
1	2	3
4	5	6
7	8	6

 $\cap$

a	b	c
1	2	3
4	5	6
7	9	6

 $=$

a	b	c
1	2	3
4	5	6

R_3

$R_1 \qquad R_2$

که در نهایت پس از انجام عملگر انتخاب، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

a	b	c
4	5	6

پرس وجو ۲:

$$\sigma_{c=6}(R_1) \cap \sigma_{c=6}(R_2)$$

خروجی $\sigma_{c=6}(R_1)$ به صورت زیر است:

a	b	c
4	5	6
7	8	6

خروجی $\sigma_{c=6}(R_2)$ به صورت زیر است:

a	b	c
4	5	6
7	9	6

که خروجی نهایی پرس وجوی $\sigma_{c=6}(R_1) \cap \sigma_{c=6}(R_2)$ به صورت زیر است:

$$\sigma_{c=6}(R_1) \cap \sigma_{c=6}(R_2)$$

a	b	c
4	5	6
7	8	6

 $\cap$

a	b	c
4	5	6
7	9	6

 $=$

a	b	c
4	5	6

پس رابطه زیر برقرار است:

$$\sigma_{c=6}(R_1 \cap R_2) = \sigma_{c=6}(R_1) \cap \sigma_{c=6}(R_2)$$

توجه: همچنین به طور کلی اگر R یک رابطه و عملگر $\cap$ بیانگر عمل اشتراک باشد، همواره تساوی زیر روی یک جدول R با دو شرط متفاوت برقرار است:

$$\sigma_{\theta_1 \wedge \theta_2}(R) = \sigma_{\theta_1}(R) \cap \sigma_{\theta_2}(R)$$

مثال: جدول R را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>a</u>	b	c
2	3	4
3	4	5
4	4	6
1	4	3
5	6	5

پرس وجو ۱:

$$\sigma_{b=4 \wedge c=5}(R)$$

<u>a</u>	b	c
3	4	5

پرس وجو ۲:

$$\sigma_{b=4}(R) \cap \sigma_{c=5}(R)$$

خروجی $\sigma_{b=4}(R)$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	c
3	4	5
4	4	6
1	4	3

خروجی $\sigma_{c=5}(R)$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	c
3	4	5
5	6	5

که خروجی نهایی پرس وجوی $\sigma_{b=4}(R) \cap \sigma_{c=5}(R)$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	c	$\cap$	<u>a</u>	b	c	=	<u>a</u>	b	c
3	4	5		3	4	5		3	4	5
4	4	6		5	6	5				
1	4	3								

پس رابطه زیر برقرار است:

$$\sigma_{b=4 \wedge c=5}(R) = \sigma_{b=4}(R) \cap \sigma_{c=5}(R)$$

۵ - عملگر تفاضل (Set Difference)

این عملگر توسط نماد - نمایش داده می‌شود. عملگر - یک **عملگر اصلی** است. عملگر - جهت **تفاضل** سطرهای دو جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر R_1 و R_2 دو رابطه باشند، منظور از $R_1 - R_2$ مجموعه کلیه تاپل‌هایی است که عضو R_1 هستند اما در R_2 حضور ندارند (**در** R_1 **هست**، **در** R_2 **نیست**). در جبر رابطه‌ای تفاضل هر دو رابطه دلخواه امکان‌پذیر نیست. مگر اینکه **شرط سازگاری** در مورد آنها برقرار باشد. شرط سازگاری یعنی تیتراها در دو رابطه (جدول) یکسان (**هم‌تیترا**) باشد. فرم کلی عملگر - به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 - R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر - همواره برابر درجه روابط مبدا می‌باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) = \deg(R_2)$$

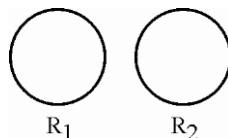
مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 - R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	-	<u>a</u>	<u>b</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2		1	2		5	6
3	4		3	4		7	8
5	6						
7	8						
	R_1			R_2			R_3

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) = \deg(R_2) = 2$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر - در **کمترین** و **بیشترین** حالت به صورت زیر است:
برای دو رابطه $R_1(a, b)$ دارای $\text{card}(R_1)$ تاپل و رابطه $R_2(a, b)$ دارای $\text{card}(R_2)$ تاپل داریم:
فرم اول: اگر $R_1 \cap R_2 = \emptyset$ باشد، یعنی:



آنگاه، تعداد تاپل‌های حاصل از عملگر **تفاضل** یعنی $\text{card}(R_3)$ ، برابر $\text{card}(R_1)$ است که **بیشترین** مقدار ممکن خواهد بود. یعنی:

$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1)$$

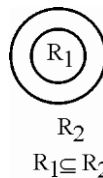
مثال ۱: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 - R_2$ به صورت زیر است: **با فرض** $R_1 \cap R_2 = \emptyset$

<u>a</u>	<u>b</u>	-	<u>a</u>	<u>b</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2		5	6		1	2
3	4		7	8		3	4
R_1			R_2			R_3	

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3$$

$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1) = 2$$

فرم دوم: اگر $R_1 \subseteq R_2$ باشد، یعنی:



آنگاه، تعداد تاپل‌های حاصل از عملگر اشتراک یعنی $\text{card}(R_3)$ ، برابر صفر یعنی جدول تهی است که **کمترین** مقدار ممکن خواهد بود. یعنی:

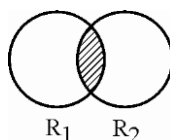
$$\text{card}(R_3) = 0$$

مثال ۲: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 - R_2$ به صورت زیر است: **با فرض** $R_1 \subseteq R_2$

<u>a</u>	<u>b</u>	-	<u>a</u>	<u>b</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2		1	2		NULL	NULL
3	4		3	4			
R_1			R_2			R_3	
			5	6			
			7	8			

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 4, \text{card}(R_3) = 0$$

توجه: اگر دو رابطه R_1 و R_2 به ترتیب دارای $\text{card}(R_1)$ و $\text{card}(R_2)$ تاپل باشند و دو رابطه دارای k تاپل مشترک باشند، یعنی:



آنگاه حاصل $\text{card}(R_1 - R_2)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{card}(R_1 - R_2) = \text{card}(R_1) - k$$

مثال ۳: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 - R_2$ به صورت زیر است: **با فرض دو تاپل مشترک**

<u>a</u>	<u>b</u>		<u>a</u>	<u>b</u>		<u>a</u>	<u>b</u>
1	2		1	2		5	6
3	4		3	4		7	8
5	6		9	10			
7	8						
		R_1			R_2		R_3

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 3$$

$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1 - R_2) = \text{card}(R_1) - k = 4 - 2 = 2$$

کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر - مابین دو رابطه R_1 و R_2 همواره برابر کلید کاندید رابطه مبدا در سمت چپ عملگر تفاضل یعنی کلید کاندید R_1 می‌باشد، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = C.K.(R_1)$$

زیرا رابطه مقصد حاصل از عملگر - همواره زیرمجموعه رابطه مبدا در سمت چپ عملگر تفاضل است. یعنی $R_1 - R_2 \subseteq R_1$ بنابراین فقط کلید کاندید R_1 قدرت ایجاد تمایز بین سطرها را دارد.

شرط لازم برای زیرمجموعه بودن رعایت **شرط سازگاری** است، شروط سازگاری یعنی تیترها در دو رابطه (جدول) یکسان (**هم‌تیر**) باشد.

و **شرط کافی** برای زیرمجموعه بودن، قرار داشتن کلیه سطرها در رابطه سمت چپ در رابطه سمت راست است.

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 - R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>		<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>		<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
1	2	3		1	2	3		7	8	9
4	5	6		4	5	6		10	11	12
7	8	9								
10	11	12								
		R_1				R_2				R_3

از آنجا که کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر - مابین دو رابطه R_1 و R_2 همواره برابر کلید کاندید رابطه مبدا در سمت چپ عملگر تفاضل یعنی کلید کاندید R_1 می باشد، پس کلید کاندید رابطه مقصد R_3 برابر کلید کاندید رابطه R_1 یعنی a است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = a$$

اثبات: از آنجا که شروط سازگاری مابین رابطه مبدا R_1 و رابطه مقصد R_3 یعنی $R_1 - R_2$ برقرار است، و همچنین همه سطرهای رابطه مقصد R_3 یعنی $R_1 - R_2$ در رابطه R_1 قرار دارد، پس رابطه R_3 یعنی $R_1 - R_2$ زیرمجموعه رابطه R_1 می باشد، یعنی:

$$R_3 = R_1 - R_2 \subseteq R_1$$

پس کلید کاندید رابطه مقصد R_3 حاصل از عملگر تفاضل برابر همان کلید کاندید رابطه مبدا R_1 است، که برابر a است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = a$$

خاصیت جابه جایی

عملگر - دارای خاصیت جابه جایی نیست.

$$R_1 - R_2 \neq R_2 - R_1$$

خاصیت شرکت پذیری

عملگر - دارای خاصیت شرکت پذیری نیست.

$$R_1 - (R_2 - R_3) \neq (R_1 - R_2) - R_3$$

چون $R_1 - (R_2 - R_3)$ در نهایت یعنی $R_1 - R_2$ و $(R_1 - R_2) - R_3$ در نهایت یعنی $R_1 - R_3$ که $R_1 - R_2 \neq R_1 - R_3$ نیست. $R_1 - R_3$ برابر $R_1 - R_2$ نیست.

خاصیت توزیع پذیری

عملگر انتخاب دارای خاصیت توزیع پذیری بر روی عملگر تفاضل است. به طور کلی اگر R_1 و R_2 دو رابطه و عملگر - بیانگر عمل تفاضل باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$\sigma_\theta(R_1 - R_2) = \sigma_\theta(R_1) - \sigma_\theta(R_2)$$

توجه مهم: در عبارت فوق، حتی اعمال شرط θ بر روی رابطه R_2 در سمت راست تساوی ضروری نیست. چون $\sigma_\theta(R_2)$ داخل (زیرمجموعه) R_2 است، R_2 هم شامل $\sigma_\theta(R_2)$ است که در تفاضل اثر خود را می گذارد و هم شامل **اضافات** است که در تفاضل **بی اثر** است. بنابراین **همواره** تساوی زیر نیز برقرار است:

$$\sigma_{\theta}(R_1 - R_2) = \sigma_{\theta}(R_1) - \sigma_{\theta}(R_2) = \sigma_{\theta}(R_1) - R_2$$

مثال: جداول R_1 و R_2 را به صورت زیر در نظر بگیرید:

پرس وجو ۱:

$$\sigma_{c=6}(R_1 - R_2)$$

a	b	c	-	a	b	c	=	a	b	c
1	2	3		1	2	3		7	8	6
4	5	6		4	5	6		2	4	6
7	8	6		8	9	6		3	4	5
2	4	6								
3	4	5								
						R_2				R_3

که در نهایت پس از انجام عملگر انتخاب، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

a	b	c
7	8	6
2	4	6

پرس وجو ۲:

$$\sigma_{c=6}(R_1) - \sigma_{c=6}(R_2)$$

خروجی $\sigma_{c=6}(R_1)$ به صورت زیر است:

a	b	c
4	5	6
7	8	6
2	4	6

خروجی $\sigma_{c=6}(R_2)$ به صورت زیر است:

a	b	c
4	5	6
8	9	6

که خروجی نهایی پرس وجوی $\sigma_{c=6}(R_1) - \sigma_{c=6}(R_2)$ به صورت زیر است:

a	b	c	-	a	b	c	=	a	b	c
4	5	6		4	5	6		7	8	6
7	8	6		8	9	6		2	4	6
2	4	6								

پس رابطه زیر برقرار است:

$$\sigma_{c=6}(R_1 - R_2) = \sigma_{c=6}(R_1) - \sigma_{c=6}(R_2)$$

پرس وجو ۳: (بر اساس $\sigma_{\theta}(R_1) - R_2$)

که خروجی نهایی پرس وجوی $\sigma_{c=6}(R_1) - (R_2)$ به صورت زیر است:

a	b	c	-	a	b	c	=	a	b	c
4	5	6		1	2	3		7	8	6
7	8	6		4	5	6		2	4	6
2	4	6		8	9	6				

پس رابطه زیر برقرار است:

$$\sigma_{c=6}(R_1 - R_2) = \sigma_{c=6}(R_1) - \sigma_{c=6}(R_2) = \sigma_{c=6}(R_1) - R_2$$

توجه: همچنین به طور کلی اگر R یک رابطه و عملگر - بیانگر عمل تفاضل باشد، همواره تساوی زیر روی یک جدول R با دو شرط متفاوت برقرار است:

$$\sigma_{\theta_1 - \theta_2}(R) = \sigma_{\theta_1 \wedge \neg \theta_2}(R) = \sigma_{\theta_1}(R) \cap \sigma_{\neg \theta_2}(R)$$

مثال: جدول R را به صورت زیر در نظر بگیرید:

a	b	c
2	3	4
3	4	5
4	4	6
1	4	3
5	6	5

پرس وجو ۱:

$$\sigma_{b=4 - c=5}(R) = \sigma_{b=4 \wedge \neg (c=5)}(R) = \sigma_{b=4 \wedge c \neq 5}(R)$$

a	b	c
4	4	6
1	4	3

پرس وجو ۲:

$$\sigma_{b=4}(R) \cap \sigma_{\neg (c=5)}(R) = \sigma_{b=4}(R) \cap \sigma_{c \neq 5}(R)$$

خروجی $\sigma_{b=4}(R)$ به صورت زیر است:

a	b	c
3	4	5
4	4	6
1	4	3

خروجی $\sigma_{c \neq 5}(R)$ به صورت زیر است:

a	b	c
2	3	4
4	4	6
1	4	3

که خروجی نهایی پرس‌وجوی $\sigma_{b=4}(R) \cap \sigma_{c \neq 5}(R)$ به صورت زیر است:

a	b	c		a	b	c	=	a	b	c
3	4	5	$\cap$	2	3	4		4	4	6
4	4	6		4	4	6		1	4	3
1	4	3		1	4	3				

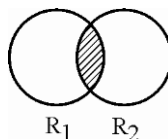
پس رابطه زیر برقرار است:

$$\sigma_{b=4-c=5}(R) = \sigma_{b=4 \wedge -(c=5)}(R) = \sigma_{b=4} \wedge c \neq 5(R) = \sigma_{b=4}(R) \cap \sigma_{c \neq 5}(R)$$

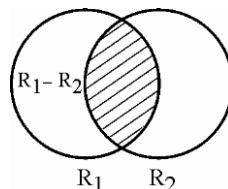
شبیه‌سازی

عملگر اشتراک یک عملگر فرعی است که می‌توان توسط عملگر اصلی تفاضل آنرا شبیه‌سازی نمود، به صورت زیر:

$$R_1 \cap R_2 = R_1 - (R_1 - R_2) = R_2 - (R_2 - R_1)$$



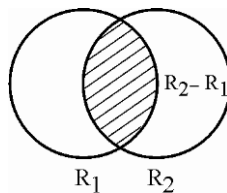
با توجه به شکل زیر، مشاهده می‌شود که با کنار گذاشتن ناحیه $R_1 - R_2$ از ناحیه R_1 ، قسمت باقی مانده برابر $R_1 \cap R_2$ است.



بنابراین رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$R_1 \cap R_2 = R_1 - (R_1 - R_2)$$

همچنین با توجه به شکل زیر، مشاهده می‌شود که با کنار گذاشتن ناحیه $R_2 - R_1$ از ناحیه R_2 ، قسمت باقی مانده برابر $R_1 \cap R_2$ است.



بنابراین رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$R_1 \cap R_2 = R_2 - (R_2 - R_1)$$

پرس وجو نویسی

جداول S، SP و P را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City	S#	P#	QTY	P#	Pname	Color
S1	Sn1	C1	S1	P1	10	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2	S1	P2	20	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2	S2	P1	30	جدول P		
جدول S			جدول SP					

پرس وجو ۱: شماره تولیدکنندگانی که هیچ قطعه‌ای تولید نکرده‌اند:

$$\Pi_{S\#}(S) - \Pi_{S\#}(SP)$$

در پرس وجوی سمت چپ عملگر تفاضل یعنی در جدول S مشخصات کلیه تولیدکنندگان قرار دارد، که پس از اجرای عملگر پرتو شماره کلیه تولیدکنندگان استخراج می‌شود، به صورت زیر:

S#
S1
S2
S3

همچنین در پرس وجوی سمت راست عملگر تفاضل یعنی در جدول SP شماره کلیه تولیدکنندگانی قرار دارد که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند، که پس از اجرای عملگر پرتو شماره کلیه تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند استخراج می‌شود، به صورت زیر:

$$\begin{array}{c} S\# \\ \hline S1 \\ S2 \end{array}$$

که در نهایت پس از اجرای عملگر تفاضل، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{array}{ccc} S\# & - & S\# \\ \hline S1 & & S1 \\ S2 & & S2 \\ S3 & & \end{array} = \begin{array}{c} S\# \\ \hline S3 \end{array}$$

توجه مهم: به طور کلی، اگر عبارت نفی در پرس‌وجو استفاده شده باشد، این امر نشانه‌ای برای ضرورت استفاده از عملگر تفاضل است. دقت کنید که در انجام عمل تفاضل برقراری شروط سازگاری الزامی است که در پرس‌وجوی فوق این الزام برقرار است.

پرس‌وجو ۲: شماره تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند اما قطعه P2 را تولید نکرده‌اند:

مطابق پرس‌وجوی مطرح شده در جبر رابطه‌ای داریم:

$$\Pi_{S\#}(SP) - \Pi_{S\#}(\sigma_{P\#='P2'}(SP))$$

در پرس‌وجوی سمت چپ عملگر تفاضل یعنی در جدول SP مشخصات کلیه تولیدکنندگانی قرار دارد که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند، که پس از اجرای عملگر پرتو شماره کلیه تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند استخراج می‌شود، به صورت زیر:

$$\begin{array}{c} S\# \\ \hline S1 \\ S2 \end{array}$$

همچنین در پرس‌وجوی سمت راست عملگر تفاضل یعنی در جدول SP شماره کلیه تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند قرار دارد، که پس از اجرای عملگر انتخاب شماره کلیه تولیدکنندگانی که قطعه P2 را تولید کرده‌اند استخراج می‌گردد، در نهایت پس از اجرای عملگر پرتو شماره کلیه تولیدکنندگانی که قطعه P2 را تولید کرده‌اند استخراج می‌شود، به صورت زیر:

$$\begin{array}{c} S\# \\ \hline S1 \end{array}$$

که در نهایت پس از اجرای عملگر تفاضل، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{array}{ccc} S\# & - & S\# \\ \hline S1 & & S1 \\ S2 & & \end{array} = \begin{array}{c} S\# \\ \hline S2 \end{array}$$

۶ - عملگر نام‌گذاری مجدد (Rename)

این عملگر توسط نماد ρ نمایش داده می‌شود. عملگر ρ یک **عملگر اصلی** است. عملگر ρ جهت ساخت یک **نسخه کپی** از یک **جدول پایه** به همراه نام‌گذاری مجدد جدول یا نام‌گذاری مجدد ستون‌های یک جدول به **طور موقت** مورد استفاده قرار می‌گیرد. **محدوده اعتبار** عملگر ρ در همان پرس‌وجوی مربوطه است، و پس از پایان پرس‌وجو نسخه کپی دیگر اعتبار ندارد. این عملگر فقط ساخت یک **نسخه کپی** و یک نام‌گذاری مجدد برای یک جدول است و نه ذخیره‌سازی مجدد جدول مورد نظر.

فرم کلی عملگر ρ برای نام‌گذاری مجدد یک جدول به طور موقت به صورت زیر است:

$$\rho_E(R)$$

فرم کلی عملگر ρ برای نام‌گذاری مجدد ستون‌های یک جدول به طور موقت به صورت زیر است:

$$\rho_{E(L)}(R)$$

در بخش E نام‌گذاری مجدد برای رابطه R مشخص می‌شود. و در بخش L نام‌گذاری مجدد برای ستون‌های رابطه R مشخص می‌شود.

۷ - عملگر ضرب دکارتی یا ضرب کارتزین (Cartesian Product)

این عملگر توسط نماد $\times$ نمایش داده می‌شود. عملگر $\times$ یک **عملگر اصلی** است. عملگر ضرب دکارتی گاهی با نماد **Times** نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\times$ جهت اتصال کلیه سطرهاى دو جدول که در هم ضرب می‌شود، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در جبر رابطه‌ای ضرب دکارتی هر دو رابطه دلخواه امکان‌پذیر است و شرط خاصی برای ضرب ندارد. عملگر ضرب دکارتی یکی از **پرهزینه‌ترین** عملگرهای جبر رابطه‌ای است و باید با دقت زیاد مورد استفاده قرار گیرد.

$$R_3 = R_1 \times R_2$$

فرم کلی عملگر $\times$ به صورت زیر است:

درجه رابطه مقصد بدون ستون مشترک

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\times$ همواره برابر حاصل جمع درجه روابط مبدا می‌باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) + \deg(R_2)$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \times R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	×	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>
1	2		5	6	7		1	2	5	6	7
3	4		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	15	16		1	2	14	15	16
							3	4	5	6	7
							3	4	8	9	10
							3	4	11	12	13
							3	4	14	15	16

R_1 R_2 R_3

$$\deg(R_1) = 2, \deg(R_2) = 3, \deg(R_3) = 5$$

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) + \deg(R_2) = 2 + 3 = 5$$

درجه رابطه مقصد با ستون مشترک

اگر دو جدول دارای ستون‌های مشترک باشند در خروجی از **نقطه‌گذاری** برای تشخیص آنها استفاده می‌شود.

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \times R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	×	b	<u>c</u>	<u>d</u>	=	<u>a</u>	$R_1.b$	$R_2.b$	<u>c</u>	<u>d</u>
1	2		5	6	7		1	2	5	6	7
3	4		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	15	16		1	2	14	15	16
							3	4	5	6	7
							3	4	8	9	10
							3	4	11	12	13
							3	4	14	15	16

R_1 R_2 R_3

$$\deg(R_1) = 2, \deg(R_2) = 3, \deg(R_3) = 5$$

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) + \deg(R_2) = 2 + 3 = 5$$

کاردینالیتی رابطه مقصد بدون ستون مشترک

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\times$ همواره برابر حاصل ضرب کاردینالیتی روابط مبدا می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2)$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \times R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\times$	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>
1	2		5	6	7		1	2	5	6	7
3	4		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	15	16		1	2	14	15	16
							3	4	5	6	7
							3	4	8	9	10
							3	4	11	12	13
							3	4	14	15	16

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 4, \text{card}(R_3) = 8$$

$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2) = 2 \times 4 = 8$$

کاردینالیتی رابطه مقصد با ستون مشترک

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\times$ همواره برابر حاصل ضرب کاردینالیتی روابط مبدا می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2)$$

مثال: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \times R_2$ به صورت زیر است:

a	<u>b</u>	×	<u>b</u>	<u>c</u>	=	a	<u>R₁.b</u>	<u>R₂.b</u>	c
1	2		2	5		1	2	2	5
3	4		6	3		1	2	6	3
5	6		2	8		1	2	2	8
			6	7		1	2	6	7
						3	4	2	5
						3	4	6	3
						3	4	2	8
						3	4	6	7
						5	6	2	5
						5	6	6	3
						5	6	2	8
						5	6	6	7

$\text{card}(R_1) = 3$, $\text{card}(R_2) = 4$, $\text{card}(R_3) = 12$

$\text{card}(R_3) = \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2) = 3 \times 4 = 12$

رابطه مقصد حاصل از عملگر ضرب دکارتی شرطی با حالت برابری $R_1 \times_{R_1.X=R_2.Y} R_2$ ، به صورت زیر است:

a	<u>b</u>	×	<u>b</u>	<u>c</u>	=	a	<u>R₁.b</u>	<u>R₂.b</u>	<u>c</u>
1	2		2	5		1	2	2	5
3	4		6	3		5	6	6	3
5	6		2	8		1	2	2	8
			6	7		5	6	6	7

توجه بسیار مهم: در ضرب دکارتی شرطی با حالت برابری، اگر ستون مشترک b در جدول R_1 کلید کاندید و در جدول R_2 کلید خارجی باشد، تعداد رکوردهای جدول مقصد همواره برابر رکوردهای جدولی است که در آن کلید خارجی تعریف شده است. انگار که R_3 همان جدول R_2 است که توسط جدول R_1 ، توسعه ستونی شده است. در این حالت کلید کاندید جدول R_3 همان کلید کاندید جدول R_2 یعنی ستون c است.

توجه: در تعریف کلید خارجی، مقادیر ستون **کلید خارجی** b در جدول فرعی R_2 ، جهت ارجاع درست (ارجاع بدون NULL)، همواره زیرمجموعه مقادیر ستون **کلید کاندید** b در جدول اصلی R_1 است.

رابطه مقصد حاصل از عملگر ضرب دکارتی شرطی با حالت نابرابری $R_1 \times_{R_1.X \neq R_2.Y} R_2$ ، به صورت زیر است:

a	<u>b</u>	×	b	<u>c</u>	=	a	$R_1.b$	$R_2.b$	c
1	2		2	5		1	2	6	3
3	4		6	3		1	2	6	7
5	6		2	8		3	4	2	5
			6	7		3	4	6	3
						3	4	2	8
						3	4	6	7
						5	6	2	5
						5	6	2	8

$$\text{card}(R_1 \times R_2) = \text{card}\left[R_1 \times_{R_1.X=R_2.Y} R_2\right] + \text{card}\left[R_1 \times_{R_1.X \neq R_2.Y} R_2\right]$$

$$\rightarrow 3 \times 4 = 12 = [4] + [8]$$

کمترین کاردینالیتی رابطه مقصد

کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر ضرب دکارتی زمانی رخ می‌دهد که حداقل یکی از دو جدول سمت چپ یا راست، تهی باشد.

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \times R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	×	b	<u>c</u>	d	=	a	$R_1.b$	$R_2.b$	c	d
1	2		NULL	NULL	NULL		NULL	NULL	NULL	NULL	NULL
3	4										
R_1			R_2				R_3				

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 0, \text{card}(R_3) = 0$$

توجه: ضرب دکارتی، مانند دفتر ثبت ازدواج است؛ و ازدواج حاصل رو ثبت می‌کند. اینکه کی با کی رابطه دارد؛ دختر با تهی همیشه تهی، چون ازدواجی شکل نگرفته. پسر با تهی همیشه تهی، چون

ازدواجی شکل نگرفته. دختر موافق با پسر موافق میشه سطر ازدواج که باید در دفتر ازدواج ثبت شود.

(الف) تهی $\times$ تهی = تهی

(ب)  $\times$ تهی = تهی

(ج) تهی $\times$  = تهی

(د)  $\times$  = (سطر ازدواج)

کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\times$ مابین دو رابطه R_1 و R_2 همواره برابر هر ترکیبی از کلیدهای کاندید روابط مبدا یعنی هر ترکیبی از یک کلید کاندید R_1 و یک کلید کاندید R_2 می‌باشد، به صورت زیر: (به عملگر اجتماع $\cup$) دقت نمایید.

$$C.K.(R_3) = C.K.(R_1) \cup C.K.(R_2)$$

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \times R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\times$	<u>c</u>	d	e	=	<u>a</u>	b	<u>c</u>	d	e
1	2	R_1	5	6	7	R_2	1	2	5	6	7
3	2		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	6	7		1	2	14	6	7
							3	2	5	6	7
							3	2	8	9	10
							3	2	11	12	13
							3	2	14	6	7

R_3

کلید کاندید رابطه مقصد R_3 برابر ترکیبی از یک کلید کاندید R_1 و یک کلید کاندید R_2 است، به صورت زیر: (به عملگر اجتماع $\cup$) دقت نمایید.

$$C.K.(R_3) = \{a\} \cup \{c\} = \{a, c\}$$

توجه: کلید کاندید جدول R_3 ستون‌های **ac** باهم است.

توجه: به تفاوت عملگر ضرب دکارتی $\times$ و عملگر اجتماع $\cup$ دقت نمایید.

$$\{a\} \times \{c\} = \{(a, c)\}$$

عبارت فوق یک مجموعه با یک عضو است و آن عضو، جفت مرتب (a, c) است.

$$\{a\} \cup \{c\} = \{a, c\}$$

عبارت فوق یک مجموعه با دو عضو **مستقل** a و b است.

توجه: در تعیین کلید کاندید، اعضا به طور **مستقل** داخل یک مجموعه نمایش داده می شود.

مثال ۲: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \times R_2$ به صورت زیر است: **با فرض ستون مشترک a**

<u>a</u>	b	×	<u>a</u>	c	d	=	<u>R₁.b</u>	b	<u>R₁.b</u>	c	d
1	2		5	6	7		1	2	5	6	7
3	2		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	6	7		1	2	14	6	7
							3	2	5	6	7
							3	2	8	9	10
							3	2	11	12	13
							3	2	14	6	7

کلید کاندید رابطه مقصد R_3 برابر ترکیبی از یک کلید کاندید R_1 و یک کلید کاندید R_2 است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = \{R_1.a\} \cup \{R_2.a\} = \{R_1.a, R_2.a\}$$

توجه: کلید کاندید جدول R_3 ستون های $R_1.a, R_2.a$ با هم است.

خاصیت جابه جایی

عملگر $\times$ دارای خاصیت جابه جایی است.

$$R_1 \times R_2 = R_2 \times R_1$$

خاصیت شرکت پذیری

عملگر $\times$ دارای خاصیت شرکت پذیری است.

$$R_1 \times (R_2 \times R_3) = (R_1 \times R_2) \times R_3$$

پرس و جو نویسی

جداول S، SP و P را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City	S#	P#	QTY	P#	Pname	Color
S1	Sn1	C1	S1	P1	10	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2	S1	P2	20	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2	S2	P1	30	جدول P		
جدول S			جدول SP					

پرس و جو ۱: شماره تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند:

$\Pi_{S\#}(SP)$

در پراتز داخلی یعنی داخل جدول SP تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند قرار دارد، که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی به صورت زیر خواهد بود:

S#
S1
S2

پرس و جو ۲: مشخصات تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند:

$\Pi_{S\#,Sname,City}(\sigma_{S.S\#=SP.S\#}(S \times SP))$

در پراتز داخلی، حاصل ضرب دکارتی دو جدول S و SP به صورت زیر است:

S#	Sname	City	×	S#	P#	QTY	=	S.S#	Sname	City	SP.S#	P#	QTY
S1	Sn1	C1		S1	P1	10		S1	Sn1	C1	S1	P1	10
S2	Sn2	C2		S1	P2	20		S1	Sn1	C1	S1	P2	20
S3	Sn3	C2		S2	P1	30		S1	Sn1	C1	S2	P1	30
								S2	Sn2	C2	S1	P1	10
								S2	Sn2	C2	S1	P2	20
								S2	Sn2	C2	S2	P1	30
								S3	Sn3	C2	S1	P1	10
								S3	Sn3	C2	S1	P2	20
								S3	Sn3	C2	S2	P1	30

در ادامه پس از اجرای عملگر انتخاب $\sigma_{S.S\#=SP.S\#}$ ، خروجی پرس و جو به صورت زیر است:

S.S#	Sname	City	SP.S#	P#	QTY
S1	Sn1	C1	S1	P1	10
S1	Sn1	C1	S1	P2	20
S2	Sn2	C2	S2	P1	30

که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی پرس و جو به صورت زیر خواهد بود:

S.S#	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2

همچنین مطابق پرس و جوی مطرح شده در جبر رابطه‌ای به **شکل بهینه تری (نرمال)** داریم:

$$\Pi_{S.S\#,Sname,City} \left(\sigma_{S.S\#=SP.S\#} \left(S \times \left(\Pi_{S\#} (SP) \right) \right) \right)$$

در پرانتز داخلی توسط عملگر پرتو از جدول SP شماره تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند استخراج می‌گردد، به صورت زیر:

S#
S1
S2

در ادامه پس از انجام عملگر ضرب دکارتی مابین خروجی پرانتز داخلی و جدول S خروجی پرس و جو به صورت زیر خواهد بود:

S#	Sname	City	$\times$	S#	=	S#	Sname	City	SP.S#
S1	Sn1	C1		S1		S1	Sn1	C1	S1
S2	Sn2	C2		S2		S1	Sn1	C1	S2
S3	Sn3	C2				S2	Sn2	C2	S1
						S2	Sn2	C2	S2
						S3	Sn3	C2	S1
						S3	Sn3	C2	S2

در نهایت پس از انجام عملگر انتخاب و بعد پرتو، خروجی پرس و جو به صورت زیر خواهد بود:

S.S#	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2

توجه: به طور کلی عملگرهای **خانواده ضرب**، مثل ضرب دکارتی و الحاق طبیعی، **توسعه ستونی**

محسوب می‌شوند، بدین ترتیب که ستون‌های موردنیاز و کم و کسری در یک **جدول پایه** از جداول دیگر **جور** می‌شود. جورکننده ستون است. برای مثال شماره تولیدکنندگانی که **حداقل** یک قطعه تولید کرده‌اند در جدول SP قرار دارد، اما **مشخصات تولیدکنندگان** یعنی ستون‌های S#، Sname و City در جدول S قرار دارد. پس کفایت از **عملگر جورکننده ستون (ضرب دکارتی)** استفاده کنیم، تا ستون‌های بیشتر، از جدول S به جدول SP اضافه شود.

پرس و جو ۳ مهم: جفت شماره تولیدکننده و شماره قطعه‌ای که برای شماره تولیدکننده مورد نظر قطعه‌ای تولید نشده باشد:

$$\Pi_{S\#,P\#}(S \times P) - \Pi_{S\#,P\#}(SP)$$

در پرس و جوی سمت چپ عملگر تفاضل حاصل ضرب دکارتی دو جدول S و P قرار دارد، یعنی تمامی حالت‌های همه تولیدکنندگان با همه قطعات، به صورت زیر:

<u>S#</u>	<u>Sname</u>	<u>City</u>	×	<u>P#</u>	<u>Pname</u>	<u>Color</u>	=	<u>S#</u>	<u>Sname</u>	<u>City</u>	<u>P#</u>	<u>Pname</u>	<u>Color</u>
S1	Sn1	C1		P1	Pn1	Red		S1	Sn1	C1	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2		P2	Pn2	Blue		S1	Sn1	C1	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2						S2	Sn2	C2	P1	Pn1	Red
								S2	Sn2	C2	P2	Pn2	Blue
								S3	Sn3	C2	P1	Pn1	Red
								S3	Sn3	C2	P2	Pn2	Blue

که پس از اجرای عملگر پرتو شماره کلیه تولیدکنندگان و کلیه قطعات در **تمامی حالت‌ها** استخراج می‌شود، به صورت زیر:

<u>S#</u>	<u>P#</u>
S1	P1
S1	P2
S2	P1
S2	P2
S3	P1
S3	P2

همچنین در پرس و جوی سمت راست عملگر تفاضل یعنی در جدول SP شماره کلیه تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند قرار دارد، که در نهایت پس از اجرای عملگر پرتو شماره کلیه تولیدکنندگان به همراه قطعه‌ای که تولید کرده‌اند استخراج می‌گردد، به صورت زیر:

S#	P#
S1	P1
S1	P2
S2	P1

که در نهایت پس از اجرای عملگر تفاضل، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#	P#	-	S#	P#	=	S#	P#
S1	P1		S1	P1		S2	P2
S1	P2		S1	P2		S3	P1
S2	P1		S2	P1		S3	P2
S2	P2						
S3	P1						
S3	P2						

توجه مهم: به طور کلی، اگر عبارت نفی در پرس وجو استفاده شده باشد، این امر نشانه‌ای برای ضرورت استفاده از عملگر تفاضل است.

پرس وجو ۴: جفت شماره تولیدکنندگانی که با هم همشهری هستند:

مطابق قوانین جبر رابطه‌ای، ضرب دکارتی یک جدول در خودش با همان نام جدول مجاز نمی‌باشد، بنابراین در این مواقع یعنی هنگامی که قرار است سطرهای یک جدول در سطرهای همان جدول ضرب دکارتی و بعد باهم مقایسه شود، کفایت نام یکی از دو جدول توسط عملگر نام‌گذاری مجدد ρ به طور موقت نام‌گذاری مجدد گردد. مطابق پرس وجوی مطرح شده در جبر رابطه‌ای داریم:

$$\sigma_{S.City=SX.City \wedge S.S\# \neq SX.S\#} \left(\Pi_{S\#,City}(S) \times \rho_{SX} \left(\Pi_{S\#,City}(S) \right) \right)$$

در پرانتز داخلی و داخلی‌ترین پرانتز، رابطه سمت راست عملگر ضرب دکارتی یعنی داخل جدول S مشخصات تولیدکنندگان قرار دارد، که پس از حرکت به سمت خارج و انجام عملگر پرتو و نام‌گذاری مجدد، جدول S با نام SX نام‌گذاری مجدد می‌شود:

S#	City
S1	C1
S2	C2
S3	C2
SX	

در پراتنز داخلی رابطه سمت چپ عملگر ضرب دکارتی یعنی داخل جدول S مجدداً مشخصات تولیدکنندگان قرار دارد، که پس از حرکت به سمت خارج و انجام عملگر پرتو، خروجی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#	City
S1	C1
S2	C2
S3	C2

همچنین در پراتنز داخلی پس از انجام عملگر ضرب دکارتی، خروجی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#	City	×	S#	City	=	S#	City	SX.S#	SX.City
S1	C1		S1	C1		S1	C1	S1	C1
S2	C2		S2	C2		S1	C1	S2	C2
S3	C2		S3	C2		S1	C1	S3	C2
SX						S2	C2	S1	C1
						S2	C2	S2	C2
						S2	C2	S3	C2
						S3	C2	S1	C1
						S3	C2	S2	C2
						S3	C2	S3	C2

در نهایت پس از انجام عملگر ضرب دکارتی و انجام عملگر انتخاب، خروجی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#	City	SX.S#	SX.City
S2	C2	S3	C2
S3	C2	S2	C2

۸ - عملگر الحاق طبیعی (Natural Join)

این عملگر توسط نماد $\bowtie$ نمایش داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ یک **عملگر فرعی** است. عملگر الحاق طبیعی گاهی با نماد **Join** نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ جهت **الحاق سطرهای پیوندپذیر** مابین دو جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد. سطرهایی از دو جدول که مقدارشان در ستون‌های مشترک مساوی است به عنوان سطرهای پیوندپذیر نامیده می‌شوند. در جبر رابطه‌ای، الحاق طبیعی هر دو رابطه دلخواه امکان‌پذیر نیست و شرط خاصی برای الحاق طبیعی دارد. داشتن ستون یا ستون‌های مشترک مابین دو جدول شرط انجام عملگر الحاق طبیعی است. اگر دو جدولی که با یکدیگر الحاق طبیعی می‌شوند دارای ستون یا ستون‌های مشترک باشند، آنگاه سطرهایی از دو

جدول در خروجی قرار می‌گیرد که مقادیرشان در ستون یا ستون‌های مشترک برابر، یکسان و مساوی باشد. همچنین ستون یا ستون‌های مشترک **فقط یکبار** در خروجی ظاهر می‌شوند. اما اگر دو جدولی که با یکدیگر الحاق طبیعی می‌شوند دارای ستون یا ستون‌های مشترک نباشند، آنگاه عملگر الحاق طبیعی، دقیقاً مانند عملگر **ضرب دکارتی** رفتار خواهد کرد.

فرم کلی عملگر $\bowtie$ به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \bowtie R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره برابر حاصل جمع درجه روابط مبدا، منهای ستون یا ستون‌های مشترک می‌باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = (\deg(R_1) + \deg(R_2)) - k$$

همچنین ستون‌های رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره برابر اجتماع تمام ستون‌های روابط مبدا است. به عبارت دیگر، اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون‌های $R = \{a, b\}$ و $S = \{b, c, d\}$ و ستون b به عنوان ستون مشترک باشد، آنگاه ستون‌های $r \bowtie s$ به صورت زیر خواهد بود:

$$r \bowtie s = \Pi_{R \cup S}(r \bowtie s) = \Pi_{a, b, c, d}(r \bowtie s)$$

$R \cup S$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$R \cup S = \{a, b\} \cup \{b, c, d\} = \{a, b, c, d\}$$

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
			7	4	5		7	2	8	3
R_1			R_2				R_3			

درجه روابط مبدا و مقصد به صورت زیر است:

$$\deg(R_1) = 2, \deg(R_2) = 3, \deg(R_3) = 4$$

$$\deg(R_3) = (\deg(R_1) + \deg(R_2)) - k = (2 + 3) - 1 = 5 - 1 = 4$$

مثال ۲: پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	c		b	c	<u>d</u>	e	=	a	b	c	d	e
1	2	3	$\bowtie$	2	3	5	1		1	2	3	5	1
3	6	7		6	7	8	4		1	2	3	9	1
5	2	3		2	3	9	1		3	6	7	8	4
8	4	5		9	8	1	2		5	2	3	5	1
	R_1				R_2					R_3			

درجه روابط مبدا و مقصد به صورت زیر است:

$$\deg(R_1) = 3, \deg(R_2) = 4, \deg(R_3) = 5$$

$$\deg(R_3) = (\deg(R_1) + \deg(R_2)) - k = (3 + 4) - 2 = 7 - 2 = 5$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره کوچکتر یا مساوی حاصل ضرب کاردینالیتی روابط مبدا می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2)$$

مثال ۱: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b		b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2	$\bowtie$	2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
	R_1		7	4	5		7	2	8	3
				R_2				R_3		

کاردینالیتی روابط مبدا و مقصد به صورت زیر است:

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 5, \text{card}(R_3) = 5$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2) \rightarrow 5 \leq 4 \times 5 \rightarrow 5 \leq 20$$

مثال ۲: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b		b	c	d	=	a	b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		4	3	2		3	4	3	2
5	6		6	8	3		5	6	8	3
7	8		8	7	9		7	8	7	9
R_1			R_2				R_3			

کاردینالیتی روابط مبدا و مقصد به صورت زیر است:

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 4, \text{card}(R_3) = 4$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2) \rightarrow 4 \leq 4 \times 4 \rightarrow 4 \leq 16$$

بیشترین کاردینالیتی رابطه مقصد

بیشترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق طبیعی زمانی رخ می دهد که ستون های مشترک، در دو رابطه ای که در عمل الحاق طبیعی شرکت کرده اند، دقیقاً مشابه یکدیگر باشند و تنها از یک مقدار استفاده کرده باشند.

مثال ۳: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b		b	c	d	=	a	b	c	d
1	1		1	5	7		1	1	5	7
2	1		1	3	8		1	1	3	8
			1	6	9		1	1	6	9
R_1			R_2				2	1	5	7
							2	1	3	8
							2	1	6	9
							R_3			

کاردینالیتی روابط مبدا و مقصد به صورت زیر است:

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 6$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2) \rightarrow 6 \leq 2 \times 3 \rightarrow 6 \leq 6$$

کمترین کاردینالیتی رابطه مقصد

کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق طبیعی زمانی رخ می دهد که ستون های مشترک، در دو رابطه ای که در عمل الحاق طبیعی شرکت کرده اند، هیچ مقدار یکسانی نداشته باشند.

مثال ۴: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\bowtie$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2		5	6	7		NULL	NULL	NULL	NULL
3	4		8	9	10					
			11	12	13					
R_1			R_2				R_3			

کاردینالیتی روابط مبدا و مقصد به صورت زیر است:

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 0$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \times \text{card}(R_2) \rightarrow 0 \leq 2 \times 3 \rightarrow 0 \leq 6$$

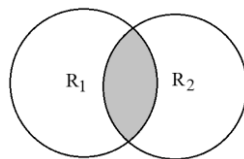
توجه: اگر حداقل یکی از دو جدول سمت چپ یا راست، تهی باشد، در این حالت نیز کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق طبیعی رخ می‌دهد.

مثال ۵: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\bowtie$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2		NULL	NULL	NULL		NULL	NULL	NULL	NULL
3	4									
R_1			R_2				R_3			

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 0, \text{card}(R_3) = 0$$

توجه: عملگر الحاق طبیعی سطرهای پیوندپذیر از دو جدول را استخراج می‌کند.



کلید کاندید رابطه مقصد

در صورتی که دو جدول R_1 و R_2 ستون یا ستون‌های مشترک داشته باشند، و تعریف **کلید خارجی** مابین دو جدول R_1 و R_2 برقرار باشد، و ستون مشترک در جدول R_2 کلید خارجی و در جدول R_1 کلید کاندید باشد، آنگاه کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ مابین دو رابطه R_1 و R_2 ، همواره برابر کلید کاندید رابطه R_2 می‌باشد، به عبارت دیگر، کلید کاندید رابطه

مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ مابین دو رابطه R_1 و R_2 ، همواره برابر کلید کاندید رابطه مبدایی است که در آن کلید خارجی تعریف شده است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = C.K.(R_2)$$

زیرا رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ در شرایط تعریف کلید خارجی، شامل همان سطرهای جدول R_2 است که ستون‌های **غیر مشترک** جدول R_1 نیز به دلیل انجام الحاق طبیعی به آن **اضافه** شده است.

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\bowtie$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		5	6	3	2
5	6		2	8	1		1	2	8	1
1	8									
	R_1			R_2				R_3		

کلید کاندید رابطه مقصد یعنی R_3 برابر کلید کاندید R_2 است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = c$$

توجه: در صورتی که مابین دو رابطه‌ای که **الحاق طبیعی** می‌شوند، **کلید خارجی** تعریف گردد، **آنگاه کاردینالیتی** رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره **کوچکتر** یا **مساوی** کاردینالیتی رابطه مبدایی که در آن کلید خارجی قرار دارد می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_2)$$

توجه: ستون **b** در جدول R_2 **کلید خارجی** و در جدول R_1 **کلید کاندید** است. بنابراین مقادیر ستون **b** در جدول R_2 به عنوان کلید خارجی همواره باید زیرمجموعه مقادیر ستون **b** در جدول R_1 به عنوان کلید کاندید باشد.

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 3$$

بنابراین رابطه زیر برقرار خواهد بود: **(برای حالت مساوی)**

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_2) \rightarrow 3 = 3$$

مثال ۲: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	<u>b</u>	$\bowtie$	<u>b</u>	<u>c</u>	d	=	a	<u>b</u>	<u>c</u>	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		NULL	3	2		1	2	8	1
5	6		2	8	1		R_3			
1	8		R_2							
R_1										

توجه: ستون b در جدول R_2 **کلید خارجی** و در جدول R_1 **کلید کاندید** است. بنابراین مقادیر ستون b در جدول R_2 به عنوان کلید خارجی همواره باید زیرمجموعه مقادیر ستون b در جدول R_1 به عنوان کلید کاندید باشد.

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 2$$

بنابراین رابطه زیر برقرار خواهد بود: **(برای حالت کوچکتر)**

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_2) \rightarrow 2 \leq 3$$

خاصیت جابه‌جایی

عملگر $\bowtie$ دارای خاصیت جابه‌جایی است.

$$R_1 \bowtie R_2 = R_2 \bowtie R_1$$

خاصیت شرکت‌پذیری

عملگر $\bowtie$ دارای خاصیت شرکت‌پذیری است.

$$R_1 \bowtie (R_2 \bowtie R_3) = (R_1 \bowtie R_2) \bowtie R_3$$

موارد خاص

اگر تمامی ستون‌های دو رابطه R_1 و R_2 یکسان باشند، یعنی همه ستون‌های آنها ستون مشترک باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$R_3 = R_1 \bowtie R_2 = R_1 \cap R_2$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ و $R_3 = R_1 \cap R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$\bowtie / \cap$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
1	2	3		1	2	3		1	2	3
4	5	6		4	5	6		4	5	6
7	8	6		7	9	6		R_3		
R_1				R_2						

تبدیل عملگر الحاق طبیعی به ضرب دکارتی

اگر دو جدولی که با یکدیگر الحاق طبیعی می‌شوند دارای ستون یا ستون‌های مشترک نباشند، آنگاه عملگر الحاق طبیعی، دقیقاً مانند عملگر ضرب دکارتی رفتار خواهد کرد. به صورت زیر:

$$R_3 = R_1 \bowtie R_2 = R_1 \times R_2$$

عملگر الحاق طبیعی یک عملگر اصلی نیست، بلکه یک عملگر فرعی است، پس در خود، ذات عملگرهای اصلی را دارد.

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \times R_2$ و $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\bowtie / \times$	c	d	e	=	a	b	c	d	e
1	2	R_1	5	6	7		1	2	5	6	7
3	2		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	6	7		1	2	14	6	7
			R_2				3	2	5	6	7
							3	2	8	9	10
							3	2	11	12	13
							3	2	14	6	7
							R_3				

شبیه‌سازی

عملگر الحاق طبیعی یک عملگر فرعی است که می‌توان توسط سه عملگر اصلی انتخاب، پرتو و ضرب دکارتی آنرا شبیه‌سازی نمود، اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون‌های $R = \{a, b\}$ و $S = \{b, c, d\}$ و ستون b به عنوان ستون مشترک باشد، آنگاه $r \bowtie s$ به صورت زیر قابل شبیه‌سازی است:

$$r \bowtie s = \Pi_{R \cup S}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s)) = \Pi_{a,s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))$$

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = r \bowtie s$ به صورت زیر است:

a	b	$\bowtie$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2	r	2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
			7	4	5		7	2	8	3
			s				R_3			

مثال ۲: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = \Pi_{R \cup S}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s)) = \Pi_{a,s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\times$	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	=	<u>a</u>	<u>r.b</u>	<u>s.b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
1	2		2	5	1		1	2	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	2	5	1
			7	4	5		7	2	2	8	3

که در نهایت پس از انجام عملگر **پرتو**، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

<u>a</u>	<u>s.b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
1	2	5	1
1	2	8	3
5	6	3	2
7	2	5	1
7	2	8	3

پرس‌وجو نویسی

جداول S، SP و P را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	<u>Sname</u>	<u>City</u>	<u>S#</u>	<u>P#</u>	<u>QTY</u>	<u>P#</u>	<u>Pname</u>	<u>Color</u>
S1	Sn1	C1	S1	P1	10	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2	S1	P2	20	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2	S2	P1	30	جدول P		

جدول S جدول SP

پرس‌وجو ۱: شماره تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند:

$\Pi_{S\#}(SP)$

در پراتز داخلی یعنی داخل جدول SP تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند قرار دارد، که در نهایت پس از انجام عملگر **پرتو**، خروجی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

<u>S#</u>
S1
S2

پرس‌وجو ۲: مشخصات تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند:

$\Pi_{S\#,Sname,City}(S \bowtie SP)$

در پرانتز داخلی یعنی حاصل الحاق طبیعی دو جدول S و SP مشخصات تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند قرار دارد، به صورت زیر:

S#	Sname	City	⋈	S#	P#	QTY	=	S#	Sname	City	P#	QTY
S1	Sn1	C1		S1	P1	10		S1	Sn1	C1	P1	10
S2	Sn2	C2		S1	P2	20		S1	Sn1	C1	P2	20
S3	Sn3	C2		S2	P1	30		S2	Sn2	C2	P1	30

که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#	Sname	City
S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2

همچنین مطابق پرس‌وجوی مطرح شده در جبر رابطه‌ای به شکل بهینه‌تری داریم:

$$S \bowtie (\Pi_{S\#} SP)$$

در پرانتز داخلی توسط عملگر پرتو از جدول SP شماره تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند استخراج می‌گردد، به صورت زیر:

$$\frac{S\#}{S1}$$

S2

در نهایت پس از انجام عملگر الحاق طبیعی مابین خروجی پرانتز داخلی و جدول S مشخصات تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند استخراج می‌گردد، به صورت زیر:

S#	Sname	City	⋈	S#	=	S#	Sname	City
S1	Sn1	C1		S1		S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2		S2		S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2						

پرس و جو ۳: شماره تولیدکنندگانی که فقط قطعه P1 قطعه تولید کرده‌اند (شماره تولیدکنندگانی که هیچ قطعه‌ای جز P1 تولید نکرده‌اند).

توجه: اغلب به اشتباه این پرس و جو را با **الحاق طبیعی** می‌نویسند، به صورت زیر:

$$\Pi_{\langle S\# \rangle} \left(\sigma_{(SP.P\#='P1')}(S \bowtie SP) \right)$$

S#	Sname	City	S#	P#	QTY	=	S#	Sname	City	P#	QTY
S1	Sn1	C1	S1	P1	10		S1	Sn1	C1	P1	10
S2	Sn2	C2	S1	P2	20		S1	Sn1	C1	P2	20
S3	Sn3	C2	S2	P1	30		S2	Sn2	C2	P1	30

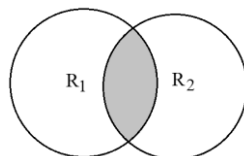
پس از اجرای $\sigma_{(SP.P\#='P1')}$ داریم:

S#	Sname	City	P#	QTY
S1	Sn1	C1	P1	10
S2	Sn2	C2	P1	30

پس از اجرای $\Pi_{\langle S\# \rangle}$ داریم:

S#
S1
S2

درست است که S1 و S2 قطعه P1 تولید کرده‌اند، اما S1 علاوه بر P1 قطعه P2 هم تولید کرده‌است و این همان **تله ذهنی** است. جهت تصویرسازی ذهنی، روی نمودار فکر کنید، عملگر **الحاق طبیعی** سطرهای **پیوندپذیر** از دو جدول را استخراج می‌کند.

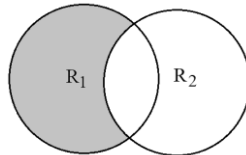


پرس و جوی درست به صورت زیر است:

$$\Pi_{\langle S\# \rangle} \left(\sigma_{(P\#='P1')}(SP) \right) - \Pi_{\langle S\# \rangle} \left(\sigma_{(P\# \neq 'P1')}(SP) \right)$$

$$\frac{S\#}{S1} - \frac{S\#}{S1} = \frac{S\#}{S2}$$

اما عملگر **تفاضل** سطرهای **مجموعه دوم** را از **مجموعه اول**، **کم** می‌کند و می‌کند.



توجه: کلمات «هیچ ، هرگز و نباید» نشانه عملگر «تفاضل» در جبر رابطه‌ای است.

۹ - عملگر نیم پیوند چپ (Left Semi Join)

این عملگر توسط نماد $\bowtie$ نمایش داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ یک **عملگر فرعی** است. عملگر نیم‌پیوند چپ گاهی با نماد **Left Semi Join** نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ همانند عملگر الحاق طبیعی جهت **الحاق سطرها** **پیوندپذیر** مابین دو جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما با این **تفاوت** که عملگر نیم‌پیوند چپ فقط ستون‌های جدول سمت چپ را در خروجی قرار می‌دهد. فرم کلی عملگر $\bowtie$ به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \rtimes R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\times$ همواره برابر درجه رابطه **مبدأ سمت چپ** می‌باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = \deg(R_1)$$

مثال ۱: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 2 \end{array} \times \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 3 \\ 9 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 \end{array} = \begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 5 & 6 \\ 7 & 2 \end{array}$$

$$\deg(R_1) = 2, \deg(R_2) = 3, \deg(R_3) = 2$$

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) = 2$$

مثال ۲: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \underline{a} & \textcolor{red}{b} & \textcolor{red}{c} \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ 8 & 4 & 5 \\ \hline \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \textcolor{red}{b} & \textcolor{red}{c} & \underline{d} & e \\ \hline 2 & 3 & 5 & 1 \\ 6 & 7 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 9 & 1 \\ 9 & 8 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \underline{a} & \textcolor{red}{b} & \textcolor{red}{c} \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \text{R}_3$$

BabanAcademy.com

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 4, \text{card}(R_3) = 4$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \rightarrow 4 = 4$$

بیشترین کاردینالیتی رابطه مقصد

بیشترین کاردینالیتی حاصل از عملگر نیم پیوند چپ زمانی رخ می‌دهد که تمام مقادیر ستون مشترک جدول R_1 زیرمجموعه مقادیر ستون مشترک جدول R_2 باشد.

مثال ۳: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b		b	c	d	=	a	b
1	1	$\bowtie$	1	5	7	=	1	1
2	1		1	3	8		2	1
			1	6	9			
		R_1		R_2			R_3	

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 2$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \rightarrow 2 = 2$$

مثال ۴: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b		b	c	d	=	a	b
1	2	$\bowtie$	2	5	1	=	1	2
3	4		4	3	2		3	4
5	6		6	8	3		5	6
7	8		8	7	9		7	8
			9	1	2			
		R_1		R_2			R_3	

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 5, \text{card}(R_3) = 4$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \rightarrow 4 = 4$$

کمترین کاردینالیتی رابطه مقصد

کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر نیم پیوند چپ زمانی رخ می‌دهد که ستون‌های مشترک، در دو رابطه‌ای که در عمل الحاق طبیعی شرکت کرده‌اند، هیچ مقدار یکسانی نداشته باشند.

مثال ۵: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array} \bowtie \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 \end{array} = \begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline \text{NULL} & \text{NULL} \end{array} \\
 R_1 \qquad \qquad R_2 \qquad \qquad R_3$$

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 0$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_1) \rightarrow 0 \leq 2$$

توجه: اگر حداقل یکی از دو جدول سمت چپ یا راست، تهی باشد، در این حالت نیز کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر نیم پیوند چپ رخ می‌دهد.

مثال ۶: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline \text{NULL} & \text{NULL} & \text{NULL} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline \text{NULL} & \text{NULL} \\ \hline \end{array}$$

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 0, \text{card}(R_3) = 0$$

مقایسه کاردینالیتی عملگر نیم پیوند چپ و عملگر الحاق طبیعی

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره کوچکتر یا مساوی کاردینالیتی عملگر $\bowtie$ روابط مبدا می باشد، زیرا به دلیل حذف ستون های جدول مبدا سمت راست و انتخاب فقط ستون های جدول مبدا سمت چپ ممکن است سطرهای تکراری ایجاد گردد، که مطابق قاعده جبر رابطه ای **سطرهای تکراری حذف می شوند**، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \leq \text{card}(R_1 \bowtie R_2)$$

مثال: خروجی پرس و جوی نیم پیوند چپ و الحاق طبیعی به صورت زیر است:

$$\mathbf{R}_1 \bowtie \mathbf{R}_2 :$$
$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \underline{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 2 \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{c|c|c} \underline{b} & \underline{c} & d \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 3 \\ 9 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 \end{array} = \begin{array}{c|c} \underline{a} & \underline{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 5 & 6 \\ 7 & 2 \end{array}$$
$$R_1 \bowtie R_2 :$$
$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 2 \end{array} \quad \bowtie \quad \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 3 \\ 9 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c} a & \mathbf{b} & c & d \\ \hline 1 & 2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 8 & 3 \\ 5 & 6 & 3 & 2 \\ 7 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 2 & 8 & 3 \end{array}$$

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 5$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \leq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 3 \leq 5$$

توجه: در جبر رابطه‌ای فقط **زیرمجموعه سطری** داریم. مطابق تعریف مجموعه در ریاضی، زیرمجموعه بودن، موضوع تاپلی (سطری) است و نه ستونی!

$$\begin{array}{c|c} D_1 & D_2 \\ \hline \mathbf{a} & \mathbf{x} \\ \mathbf{a} & \mathbf{y} \\ \mathbf{b} & \mathbf{y} \end{array} \subseteq \begin{array}{c|c} D_1 & D_2 \\ \hline \mathbf{a} & \mathbf{x} \\ \mathbf{a} & \mathbf{y} \\ \mathbf{b} & \mathbf{x} \\ \mathbf{b} & \mathbf{y} \end{array}$$

توجه: در جبر رابطه‌ای زیر مجموعه ستونی نداریم.

D ₁	D ₂	≠	D ₁	D ₂	D ₃

$$(R_1 \bowtie R_1) \not\subseteq (R_1 \bowtie R_1)$$
$$\text{C.K.}(\mathbf{R}_3) = \text{C.K.}(\mathbf{R}_1)$$

مثال: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

$$\text{C.K.}(\mathbf{R}_3) = \mathbf{a}$$

عملگر $\times$ داری خاصیت جابه جایی نیست.

(1) $R_1 \rtimes R_2 \neq R_2 \rtimes R_1 \rightarrow R_1 \neq R_2$

$$(2) R_1 \rtimes R_2 = R_2 \rtimes R_1 \rightarrow R_1 = R_1$$

در مورد (1) رابطه **تساوی** برقرار نیست، زیرا عملگر نیم پیوند چپ همواره ستون‌های جدول سمت چپ را در خروجی قرار می‌دهد. در مورد (2) رابطه **تساوی** برقرار است، چون **نیم پیوند چپ** $R_1 \times R_2$ جدول R_1 را می‌دهد و **نیم پیوند راست** $R_2 \times R_1$ هم جدول R_1 را می‌دهد.

اگر تمامی ستون‌های دو رابطه R_1 و R_2 یکسان باشند، یعنی همه ستون‌های آنها ستون مشترک باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$R_3 = R_1 \ltimes R_2 = R_2 \ltimes R_1 = R_1 \rtimes R_2 = R_2 \rtimes R_1 = R_1 \bowtie R_2 = R_1 \cap R_2$$

مثال: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ ، $R_3 = R_1 \ltimes R_2$ ، $R_3 = R_1 \times R_2$ و $R_3 = R_1 \cap R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	c	$\times / \div / \cup / \cap$	<u>a</u>	<u>b</u>	c	=	<u>a</u>	b	c
1	2	3		1	2	3		1	2	3
4	5	6		4	5	6		4	5	6
7	8	6		7	9	6				
R_1				R_2				R_3		

عملگر نیم پیوند چپ بدون ستون مشترک

عملگر نیم پیوند چپ یک عملگر اصلی نیست، بلکه یک عملگر فرعی است، پس در خود، ذات عملگر اصلی ضرب دکارتی را دارد. در عملگر نیم پیوند چپ اگر دو جدولی که با یکدیگر الحاق طبیعی می شوند دارای ستون یا ستون های مشترک نباشند، آنگاه عملگر نیم پیوند چپ فقط جدول مبدا سمت چپ را به طور کامل با همه سطرها و ستون ها در خروجی قرار خواهد داد. در واقع ضرب دکارتی می شود، اما در نهایت فقط جدول سمت چپ در خروجی قرار می گیرد.

$$R_1 \times R_2 \neq R_1 \times R_2$$

مثال: خروجی پرس و جوی ضرب دکارتی و نیم پیوند چپ به صورت زیر است:

$R_1 \times R_2$:

<u>a</u>	b	$\times$	<u>c</u>	d	e	=	<u>a</u>	b	<u>c</u>	d	e
1	2		5	6	7		1	2	5	6	7
3	2		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	6	7		1	2	14	6	7
R_1			R_2				3	2	5	6	7
							3	2	8	9	10
							3	2	11	12	13
							3	2	14	6	7
							R_3				

$R_1 \times R_2$:

<u>a</u>	b	$\times$	<u>c</u>	d	e	=	<u>a</u>	b
1	2		5	6	7		1	2
3	2		8	9	10		3	2
			11	12	13			
			14	6	7			
R_1			R_2				R_3	

شبیه‌سازی

عملگر نیم‌پیوند چپ یک عملگر فرعی است که می‌توان توسط سه عملگر اصلی **انتخاب**، **پرتو** و **ضرب دکارتی** آنرا شبیه‌سازی نمود. اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون‌های $R=\{a,b\}$ و $S=\{b,c,d\}$ و ستون b به عنوان ستون مشترک باشد، آنگاه $r \times s$ به صورت زیر قابل شبیه‌سازی است:

$$r \times s = \Pi_R (\sigma_{r.b=s.b}(r \times s)) = \Pi_{a,r.b}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))$$

$r \times s$:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\times$	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	$=$	<u>a</u>	<u>b</u>
1	2		2	5	1		1	2
3	4		6	3	2		5	6
5	6		2	8	3		7	2
7	2		9	6	7		R_3	
			7	4	5			
r			s					

$$\Pi_R (\sigma_{r.b=s.b}(r \times s)) = \Pi_{a,r.b}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s)):$$

<u>a</u>	<u>b</u>	$\times$	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	$=$	<u>a</u>	<u>r.b</u>	<u>s.b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
1	2		2	5	1		1	2	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	2	5	1
			7	4	5		7	2	2	8	3
r			s				R_3				

که در نهایت پس از انجام عملگر **پرتو**، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

<u>a</u>	<u>r.b</u>
1	2
5	6
7	2

پرس و جو نویسی

جدول S، SP و P را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City	S#	P#	QTY	P#	Pname	Color
S1	Sn1	C1	S1	P1	10	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2	S1	P2	20	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2	S2	P1	30	جدول P		

جدول S جدول SP

پرس و جو: مشخصات تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده اند:

$$S \bowtie SP = \Pi_{S\#,Sname,City}(S \bowtie SP)$$

داخل پرائتز یعنی حاصل عملگر نیم پیوند چپ دو جدول S و SP مشخصات تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده اند قرار دارد، که در نهایت، خروجی نهایی پرس و جو به صورت زیر خواهد بود:

S#	Sname	City	×	S#	P#	QTY	=	S#	Sname	City
S1	Sn1	C1		S1	P1	10		S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2		S1	P2	20		S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2		S2	P1	30				

همچنین مطابق پرس و جو مطروح شده در جبر رابطه ای به شکل **بهینه تری** داریم:

$$S \bowtie (\Pi_{S\#} SP)$$

در پرائتز داخلی توسط عملگر پرتو از جدول SP شماره تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده اند استخراج می گردد، به صورت زیر:

S#
S1
S2

در نهایت پس از انجام عملگر نیم پیوند چپ مابین خروجی پرائتز داخلی و جدول S مشخصات تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده اند استخراج می گردد، به صورت زیر:

S#	Sname	City	×	S#	=	S#	Sname	City
S1	Sn1	C1		S1		S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2		S2		S2	Sn2	C2
S3	Sn3	C2						

۱۰ - عملگر نیم پیوند راست (Right Semi Join)

این عملگر توسط نماد $\bowtie$ نمایش داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ یک **عملگر فرعی** است. عملگر نیم‌پیوند راست گاهی با نماد **Right Semi Join** نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ همانند عملگر الحاق طبیعی **جهت الحاق سطرهای پیوندپذیر** مابین دو جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما با این **تفاوت** که عملگر نیم‌پیوند راست فقط ستون‌های جدول سمت راست را در خروجی قرار می‌دهد.

فرم کلی عملگر $\times$ به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \rtimes R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملکرد $\propto$ همواره برابر درجه رابطه مبدا سمت راست می‌باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = \deg(R_2)$$

مثال: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 2 \end{array} \times \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \\ 9 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 \end{array} = \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ 2 & 8 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \end{array}$$

$$\deg(R_1) = 2, \deg(R_2) = 3, \deg(R_3) = 3$$

$$\deg(R_3) = \deg(R_2) = 3$$

کار دینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\times$ همواره کوچکتر یا مساوی کاردینالیتی رابطه مبدا **سمت راست** می باشد، به صورت زیر:

$$\text{card}(\mathbf{R}_3) \leq \text{card}(\mathbf{R}_2)$$

مثال ۱: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b		b	c	d	=	b	c	d
1	2	$\bowtie$	2	5	1		2	5	1
3	4		6	3	2		2	8	3
5	6		2	8	3		6	3	2
7	2		9	6	7				
			7	4	5				
R_1			R_2				R_3		

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 5, \text{card}(R_3) = 3$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_2) \rightarrow 3 \leq 5$$

بیشترین کاردینالیتی رابطه مقصد

بیشترین کاردینالیتی حاصل از عملگر نیم پیوند راست زمانی رخ می دهد که تمام مقادیر ستون مشترک جدول R_2 زیرمجموعه مقادیر ستون مشترک جدول R_1 باشد.

مثال ۲: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b		b	c	d	=	b	c	d
1	1	$\bowtie$	1	5	7		1	5	7
2	1		1	3	8		1	3	8
			1	6	9		1	6	9
R_1			R_2				R_3		

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 3$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_2) \rightarrow 3 = 3$$

مثال ۳: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b		b	c	d	=	b	c	d
1	2	$\bowtie$	2	5	1		2	5	1
3	4		4	3	2		4	3	2
5	6		6	8	3		6	8	3
7	8		8	7	9		8	7	9
9	5								
R_1			R_2				R_3		

$$\text{card}(R_1) = 5, \text{card}(R_2) = 4, \text{card}(R_3) = 4$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_2) \rightarrow 4 = 4$$

کمترین کاردینالیتی رابطه مقصد

کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر نیم پیوند راست زمانی رخ می‌دهد که ستون‌های مشترک، در دو رابطه‌ای که در عمل الحاق طبیعی شرکت کرده‌اند، هیچ مقدار یکسانی نداشته باشند.
مثال ۴: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b	b	c	d	b	c	d
1	2	5	6	7	NULL	NULL	NULL
3	4	8	9	10			
		11	12	13			
R ₁		R ₂			R ₃		

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 0$$

$$\text{card}(R_3) \leq \text{card}(R_2) \rightarrow 0 \leq 3$$

توجه: اگر حداقل یکی از دو جدول سمت **چپ** یا **راست**، **تهی** باشد، در این حالت نیز **کمترین** کاردینالیتی حاصل از عملگر نیم پیوند **راست** رخ می‌دهد.

مثال ۵: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b	b	c	d	b	c	d
NULL	NULL	5	6	7	NULL	NULL	NULL
		8	9	10			
		11	12	13			
R ₁		R ₂			R ₃		

$$\text{card}(R_1) = 0, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 0$$

مقایسه کاردینالیتی عملگر نیم پیوند راست و عملگر الحاق طبیعی

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره کوچکتر یا مساوی کاردینالیتی عملگر $\bowtie$ روابط مبدا می‌باشد، زیرا به دلیل حذف ستون‌های جدول مبدا سمت چپ و انتخاب فقط

ستون‌های جدول مبدا سمت راست ممکن است سطرهای تکراری ایجاد گردد، که مطابق قاعده جبر رابطه‌ای **سطرهای تکراری حذف می‌شوند**، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \leq \text{card}(R_1 \bowtie R_2)$$

مثال: خروجی پرس و جوی نیم پیوند راست و الحاق طبیعی به صورت زیر است:

$$R_1 \rtimes R_2 :$$
$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 2 \end{array} \times \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \\ 9 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 \end{array} = \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ 2 & 8 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \end{array}$$
 $R_1 \bowtie R_2 :$
$$\begin{array}{c|c} \underline{a} & \mathbf{b} \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 2 \end{array} \otimes \begin{array}{c|c|c} \mathbf{b} & \underline{c} & d \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \\ 2 & 8 & 3 \\ 9 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c} a & \mathbf{b} & c & d \\ \hline 1 & 2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 8 & 3 \\ 5 & 6 & 3 & 2 \\ 7 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 2 & 8 & 3 \end{array}$$

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 5$$

$$\text{card}(R_1 \rtimes R_2) \leq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 3 \leq 5$$

نتیجه: نیم پیوند **راست**، زیرمجموعه الحاق طبیعی نیست، چون جدول حاصل از $(R_1 \bowtie R_1)$ با جدول حاصل از $(R_1 \bowtie R_1)$ **هم تیتز** نیست.

$$(R_1 \rtimes R_1) \not\cong (R_1 \bowtie R_1)$$

کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\times$ همواره برابر کلید کاندید رابطه مبدا سمت راست می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{C.K.}(\mathbf{R}_3) = \text{C.K.}(\mathbf{R}_2)$$

زیرا رابطه مقصد حاصل از عملکرد ✕ همواره زیر مجموعه رابطه مبدا سمت راست است.

مثال: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\bowtie$	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	=	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
1	2		2	5	1		2	5	1
3	4		6	3	2		2	8	3
5	6		2	8	3		6	3	2
7	2		9	6	7				
			7	4	5				
	R_1			R_2				R_3	

$$C.K.(R_3) = c$$

خاصیت جابه‌جایی

عملگر $\bowtie$ دارای خاصیت جابه‌جایی نیست.

$$(1) R_1 \bowtie R_2 \neq R_2 \bowtie R_1 \rightarrow R_2 \neq R_1$$

$$(2) R_1 \bowtie R_2 = R_2 \bowtie R_1 \rightarrow R_2 = R_1$$

در مورد (1) رابطه **تساوی** برقرار نیست، زیرا عملگر نیم‌پیوند راست همواره ستون‌های جدول سمت راست را در خروجی قرار می‌دهد. در مورد (2) رابطه **تساوی** برقرار است، چون **نیم‌پیوند راست** $R_1 \bowtie R_2$ جدول R_2 را می‌دهد و **نیم‌پیوند چپ** $R_2 \bowtie R_1$ هم جدول R_2 را می‌دهد.

موارد خاص

اگر تمامی ستون‌های دو رابطه R_1 و R_2 یکسان باشند، یعنی همه ستون‌های آنها ستون مشترک باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$R_3 = R_1 \bowtie R_2 = R_2 \bowtie R_1 = R_1 \bowtie R_2 = R_2 \bowtie R_1 = R_1 \bowtie R_2 = R_1 \cap R_2$$

مثال: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ ، $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ ، $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ و $R_3 = R_1 \cap R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$\bowtie / \bowtie / \bowtie / \cap$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
1	2	3		1	2	3		1	2	3
4	5	6		4	5	6		4	5	6
7	8	6		7	9	6				
	R_1				R_2				R_3	

عملگر نیم پیوند راست بدون ستون مشترک

عملگر نیم پیوند راست یک عملگر اصلی نیست، بلکه یک عملگر فرعی است، پس در خود، ذات عملگر اصلی ضرب دکارتی را دارد. در عملگر نیم پیوند راست اگر دو جدولی که با یکدیگر الحاق طبیعی می شوند دارای ستون یا ستون های مشترک نباشند، آنگاه عملگر نیم پیوند راست فقط جدول مبدا سمت راست را به طور کامل با همه سطرها و ستون ها در خروجی قرار خواهد داد. در واقع ضرب دکارتی می شود، اما در نهایت فقط جدول سمت راست در خروجی قرار می گیرد.

$$R_1 \bowtie R_2 \neq R_1 \times R_2$$

مثال: خروجی پرس و جوی ضرب دکارتی و نیم پیوند راست به صورت زیر است:

$$R_1 \times R_2 :$$

a	b	×	c	d	e	=	a	b	c	d	e
1	2		5	6	7		1	2	5	6	7
3	2		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	6	7		1	2	14	6	7
							3	2	5	6	7
							3	2	8	9	10
							3	2	11	12	13
							3	2	14	6	7

$$R_1 \bowtie R_2 :$$

a	b	×	c	d	e	=	c	d	e
1	2		5	6	7		5	6	7
3	2		8	9	10		8	9	10
			11	12	13		11	12	13
			14	6	7		14	6	7

شبیه سازی

عملگر نیم پیوند راست یک عملگر فرعی است که می توان توسط سه عملگر اصلی انتخاب، پرتو و ضرب دکارتی آنرا شبیه سازی نمود. اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون های $R=\{a,b\}$ و $S=\{b,c,d\}$ و ستون b به عنوان ستون مشترک باشد، آنگاه $r \bowtie s$ به صورت زیر قابل شبیه سازی است:

$$r \bowtie s = \Pi_S (\sigma_{r.b=s.b} (r \times s)) = \Pi_{s.b,c,d} (\sigma_{r.b=s.b} (r \times s))$$

$r \bowtie s$:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	b	<u>c</u>	d
1	2		2	5	1		2	5	1
3	4		6	3	2		2	8	3
5	6		2	8	3		6	3	2
7	2		9	6	7				
			7	4	5				
	r			s				R ₃	

$\Pi(S)(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s)) = \Pi_{(s,b,c,d)}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))$:

<u>a</u>	b	$\times$	b	<u>c</u>	d	=	<u>a</u>	r.b	s.b	<u>c</u>	d
1	2		2	5	1		1	2	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	2	5	1
			7	4	5		7	2	2	8	3
	r			s					R ₃		

که در نهایت پس از انجام عملگر **پرتو**، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

s.b	<u>c</u>	d
2	5	1
2	8	3
6	3	2

الحاق طبیعی نیم پیوند چپ و نیم پیوند راست

در **الحاق طبیعی نیم پیوند چپ و نیم پیوند راست**، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$(R_1 \bowtie R_2) \bowtie (R_1 \bowtie R_2) = R_1 \bowtie R_2$$

$$\bowtie \bowtie \bowtie = \bowtie$$

چرا این رابطه درست است؟ چون در خود **الحاق طبیعی** هم فقط سطرهای پیوند پذیر جدول

چپ و راست باهم پیوند می‌شوند.

$(R_1 \bowtie R_2)$:

<u>a</u>	b		b	<u>c</u>	d	=	<u>a</u>	b
1	2	$\bowtie$	2	5	1		1	2
3	4		6	3	2		5	6
5	6		2	8	3		7	2
7	2		9	6	7			
			7	4	5			
		R_1			R_2			R_3

$(R_1 \bowtie R_2)$:

<u>a</u>	b		b	<u>c</u>	d	=	b	<u>c</u>	d
1	2	$\bowtie$	2	5	1		2	5	1
3	4		6	3	2		2	8	3
5	6		2	8	3		6	3	2
7	2		9	6	7				
			7	4	5				
		R_1			R_2				R_3

$(R_1 \bowtie R_2) \bowtie (R_1 \bowtie R_2)$:

<u>a</u>	b		b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2	$\bowtie$	2	5	1		1	2	5	1
5	6		2	8	3		1	2	8	3
7	2		6	3	2		5	6	3	2
							7	2	5	1
							7	2	8	3
		R_1			R_2					R_3

$R_1 \bowtie R_2$:

<u>a</u>	b		b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2	$\bowtie$	2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
			7	4	5		7	2	8	3
		R_1			R_2					R_3

$$\text{card}((R_1 \times R_2) \bowtie (R_1 \times R_2)) = \text{card}(R_1 \bowtie R_2) = 5$$

۱۱- عملگر الحاق خارجی چپ یا فرایوند چپ (Left Outer Join)

این عملگر توسط نماد $\bowtie$ نمایش داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ یک **عملگر فرعی** است. عملگر الحاق خارجی چپ گاهی با نماد **Left Outer Join** نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ همانند عملگر الحاق طبیعی جهت **الحاق سطرهای پیوندپذیر** مابین دو جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما با این **تفاوت** که عملگر الحاق خارجی چپ علاوه بر اینکه کلیه **سطرهای پیوندپذیر** را در خروجی قرار می‌دهد، کلیه **سطرهای پیوندناپذیر جدول سمت چپ** را نیز در خروجی قرار می‌دهد و در این حالت برای **ستون‌های باقی‌مانده جدول سمت راست** مقدار **NULL** در نظر می‌گیرد.

فرم کلی عملگر $\bowtie$ به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \bowtie R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره برابر حاصل جمع درجه روابط مبدا منهای ستون یا ستون‌های مشترک می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{deg}(R_3) = (\text{deg}(R_1) + \text{deg}(R_2)) - k$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\bowtie$	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
			7	4	5		7	2	8	3
							3	4	NULL	NULL

R_1 R_2 R_3

$$\text{deg}(R_1) = 2, \text{deg}(R_2) = 3, \text{deg}(R_3) = 4$$

$$\text{deg}(R_3) = (\text{deg}(R_1) + \text{deg}(R_2)) - k = (2 + 3) - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$\text{deg}((R_1 \bowtie R_2) = \text{deg}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 4 = 4$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره بزرگتر یا مساوی **کاردینالیتی الحاق طبیعی** روابط مبدا می‌باشد، زیرا در الحاق خارجی چپ علاوه بر سطرهای پیوندپذیر دو جدول، سطرهای

پیوندناپذیر جدول سمت چپ نیز در خروجی قرار می گیرد، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2)$$

$$(R_1 \bowtie R_2) \subseteq (R_1 \Rightarrow R_2)$$

توجه: الحاق طبیعی دو رابطه، همواره زیر مجموعه **الحاق خارجی چپ** دو رابطه است.

مثال ۱: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \Rightarrow R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\Rightarrow$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
			7	4	5		7	2	8	3
R_1			R_2				R_3			
							3	4	NULL	NULL

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 5, \text{card}(R_3) = 6$$

$$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 6 \geq 5$$

بیشترین کاردینالیتی رابطه مقصد

بیشترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق خارجی چپ زمانی رخ می دهد که ستون های مشترک، در دو رابطه ای که در عمل الحاق طبیعی شرکت کرده اند، دقیقاً مشابه یکدیگر باشند و تنها از یک مقدار استفاده کرده باشند.

مثال ۲: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \Rightarrow R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\Rightarrow$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	1		1	5	7		1	1	5	7
2	1		1	3	8		1	1	3	8
			1	6	9		1	1	6	9
R_1			R_2				R_3			
							2	1	5	7
							2	1	3	8
							2	1	6	9

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 6$$

$$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 6 = 6$$

کمترین کاردینالیتی رابطه مقصد

کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق خارجی چپ زمانی رخ می‌دهد که جدول سمت چپ تهی باشد.

مثال ۳: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \Rightarrow R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\Rightarrow$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
NULL	NULL		5	6	7		NULL	NULL	NULL	NULL
			8	9	10					
			11	12	13					
R_1			R_2				R_3			

$$\text{card}(R_1) = 0, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 0$$

$$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 0 = 0$$

مثال ۴: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \Rightarrow R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\Rightarrow$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		NULL	NULL	NULL		1	2	NULL	NULL
3	4						3	4	NULL	NULL
R_1			R_2				R_3			

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 0, \text{card}(R_3) = 2$$

$$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 2 \geq 0$$

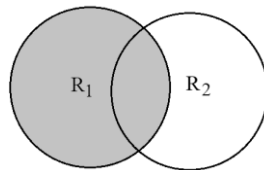
مثال ۵: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \Rightarrow R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\Rightarrow$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		5	6	7		1	2	NULL	NULL
3	4		8	9	10		3	4	NULL	NULL
			11	12	13					
R_1			R_2				R_3			

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 2$$

$$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 2 \geq 0$$

توجه: در حالت کلی، عملگر **الحاق خارجی چپ** سطرهای **پیوندپذیر** از دو جدول و **پیوندناپذیر** از **جدول سمت چپ** را استخراج می‌کند، به صورت زیر:



کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\Rightarrow$ در شرایط کلی وجود ندارد، زیرا مطابق قانون جامعیت موجودیت، هیچگاه نباید تمام یا بخشی از کلید کاندید مقدار NULL داشته باشد.

خاصیت جابه‌جایی

عملگر $\Rightarrow$ دارای خاصیت جابه‌جایی نیست.

$$(1) R_1 \Rightarrow R_2 \neq R_2 \Rightarrow R_1 \rightarrow R_1^+ \neq R_2^+$$

$$(2) R_1 \Rightarrow R_2 = R_2 \bowtie R_1 \rightarrow R_1^+ = R_2^+$$

در مورد (1) رابطه **تساوی** برقرار نیست، زیرا نتایج دو طرف رابطه، برابر نیست. در مورد (2) رابطه **تساوی** برقرار است، چون **الحاق خارجی چپ** $R_1 \Rightarrow R_2$ علاوه بر سطرهای الحاق طبیعی، سطرهای پیوندناپذیر جدول سمت چپ، یعنی R_1 را هم می‌دهد و **الحاق خارجی راست** $R_2 \bowtie R_1$ هم علاوه بر سطرهای الحاق طبیعی، سطرهای پیوندناپذیر جدول سمت راست، یعنی R_1 را هم می‌دهد.

موارد خاص

اگر تمامی ستون‌های دو رابطه R_1 و R_2 یکسان باشند، یعنی همه ستون‌های آنها ستون مشترک باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$R_3 = R_1$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \Rightarrow R_2$ به صورت زیر است:

a	b	c	$\Rightarrow$	a	b	c	=	a	b	c
1	2	3		1	2	3		1	2	3
4	5	6		4	5	6		4	5	6
7	8	6		7	9	6		7	8	6
	R_1				R_2				R_3	

شبیه‌سازی

عملگر الحاق خارجی چپ یک عملگر فرعی است که می‌توان توسط پنج عملگر اصلی **انتخاب**، **پرتو**، **تفاضل**، **ضرب دکارتی** و **اجتماع** آنرا شبیه‌سازی نمود، اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون‌های $R=\{a,b\}$ و $S=\{b,c,d\}$ و ستون b به عنوان ستون مشترک باشد، آنگاه $r \bowtie s$ به صورت زیر قابل شبیه‌سازی است:

$$r \bowtie s = \left(\Pi_{a,s,b,c,d} (\sigma_{r.b=s.b} (r \times s)) \right) \cup \left((r - \Pi_{a,r,b} (\sigma_{r.b=s.b} (r \times s))) \times \{NULL, NULL\} \right)$$

تعداد **NULL** به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$S-R = \{b, c, d\} - \{a, b\} = \{c, d\}$$

$r \bowtie s$:

a	b	$\Rightarrow$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
	r		7	4	5		7	2	8	3
				s			3	4	NULL	NULL
									R_3	

$$(\Pi_{a,s,b,c,d} (\sigma_{r.b=s.b} (r \times s)))$$

a	b	$\times$	b	c	d	=	a	r.b	s.b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	2	5	1
			7	4	5		7	2	2	8	3

که در نهایت پس از انجام عملگر **پرتو**، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

a	s.b	c	d
1	2	5	1
1	2	8	3
5	6	3	2
7	2	5	1
7	2	8	3

$$(\Pi_{a,r,b}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))):$$

a	b	×	b	c	d	=	a	r.b	s.b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	2	5	1
			7	4	5		7	2	2	8	3

که در نهایت پس از انجام عملگر **پرتو**، خروجی نهایی پرس و جو به صورت زیر خواهد بود:

a	r.b
1	2
5	6
7	2

$$(r - \Pi_{a,r,b}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))):$$

a	b	-	a	b	=	a	b
1	2		1	2		3	4
3	4		5	6			
5	6		7	2			
7	2						

$$((r - \Pi_{a,r,b}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))) \times \{NULL, NULL\}):$$

a	b	×	c	d	=	a	b	c	d
3	4		NULL	NULL		3	4	NULL	NULL

$$(\Pi_{a,s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))) \cup ((r - \Pi_{a,r,b}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))) \times \{NULL, NULL\}):$$

a	s.b	c	d	∪	a	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2	5	1		3	4	NULL	NULL		1	2	5	1
1	2	8	3							1	2	8	3
5	6	3	2							5	6	3	2
7	2	5	1							7	2	5	1
7	2	8	3							7	2	8	3
										3	4	NULL	NULL

پرس وجو نویسی

جدول S، SP و P را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City	S#	P#	QTY	P#	Pname	Color
S1	Sn1	C1	S1	P1	10	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2	S1	P2	20	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2	S2	P1	30	جدول P		

جدول S

جدول SP

پرس وجو: شماره، نام تولیدکننده، نام شهر تولیدکننده، شماره قطعه و تعداد قطعات تولیدی توسط تولیدکننده مربوط به تولیدکنندگان:

(S $\bowtie$ SP)

داخل پرانتز یعنی حاصل عملگر الحاق خارجی چپ دو جدول S و SP مشخصات شماره، نام تولیدکننده، نام شهر تولیدکننده، شماره قطعه و تعداد قطعات تولیدی توسط تولیدکنندگان مربوط به تولیدکنندگان قرار دارد، که در نهایت، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

S#	Sname	City	P#	QTY
S1	Sn1	C1	P1	10
S1	Sn1	C1	P2	20
S2	Sn2	C2	P1	30
S3	Sn3	C2	NULL	NULL

۱۲- عملگر الحاق خارجی راست یا فرایوند راست (Right Outer Join)

این عملگر توسط نماد $\bowtie_r$ نمایش داده می‌شود. عملگر $\bowtie_r$ یک **عملگر فرعی** است. عملگر الحاق خارجی راست گاهی با نماد **Right Outer Join** نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\bowtie_r$ همانند عملگر الحاق طبیعی جهت **الحاق سطرهای پیوندپذیر** مابین دو جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما با این **تفاوت** که عملگر الحاق خارجی راست علاوه بر اینکه کلیه **سطرهای پیوندپذیر** را در خروجی قرار می‌دهد، کلیه **سطرهای پیوندناپذیر جدول سمت راست** را نیز در خروجی قرار می‌دهد و در این حالت برای **ستونهای باقی‌مانده جدول سمت چپ مقدار NULL** در نظر می‌گیرد.

فرم کلی عملگر $\bowtie_r$ به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \bowtie_r R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره برابر حاصل جمع درجه روابط مبدا منهای ستون یا ستون‌های مشترک می‌باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = (\deg(R_1) + \deg(R_2)) - k$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	<u>d</u>	=	<u>a</u>	b	<u>c</u>	<u>d</u>
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
R_1			7	4	5		7	2	8	3
			R_2				NULL	9	6	7
							NULL	7	4	5
								R_3		

$$\deg(R_1) = 2, \deg(R_2) = 3, \deg(R_3) = 4$$

$$\deg(R_3) = (\deg(R_1) + \deg(R_2)) - k = (2 + 3) - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$\deg((R_1 \bowtie R_2)) = \deg(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 4 = 4$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره بزرگتر یا مساوی **کاردینالیتی الحاق طبیعی** روابط مبدا می‌باشد، زیرا در الحاق خارجی راست علاوه بر سطرهای پیوندپذیر دو جدول، سطرهای پیوندناپذیر جدول سمت راست نیز در خروجی قرار می‌گیرند، به صورت زیر:

$$\text{card}((R_1 \bowtie R_2)) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2)$$

$$(R_1 \bowtie R_2) \subseteq (R_1 \bowtie R_2)$$

توجه: الحاق طبیعی دو رابطه، همواره زیر مجموعه **الحاق خارجی راست** دو رابطه است.

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\bowtie$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
			7	4	5		7	2	8	3
							NULL	9	6	7
							NULL	7	4	5

R_1 R_2 R_3

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 5, \text{card}(R_3) = 7$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 7 \geq 5$$

بیشترین کاردینالیتی رابطه مقصد

بیشترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق خارجی راست زمانی رخ می‌دهد که ستون‌های مشترک، در دو رابطه‌ای که در عمل الحاق طبیعی شرکت کرده‌اند، دقیقاً مشابه یکدیگر باشند و تنها از یک مقدار استفاده کرده باشند.

مثال ۲: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\bowtie$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	1		1	5	7		1	1	5	7
2	1		1	3	8		1	1	3	8
			1	6	9		1	1	6	9
							2	1	5	7
							2	1	3	8
							2	1	6	9

R_1 R_2 R_3

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 6$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 6 = 6$$

کمترین کاردینالیتی رابطه مقصد

کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق خارجی راست زمانی رخ می‌دهد که جدول سمت راست تهی باشد.

مثال ۳: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		NULL	NULL	NULL		NULL	NULL	NULL	NULL
3	4									
R_1			R_2				R_3			

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 0, \text{card}(R_3) = 0$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 0 = 0$$

مثال ۴: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
NULL	NULL		5	6	7		NULL	5	6	7
			8	9	10		NULL	8	9	10
			11	12	13		NULL	11	12	13
R_1			R_2				R_3			

$$\text{card}(R_1) = 0, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 3$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 3 \geq 0$$

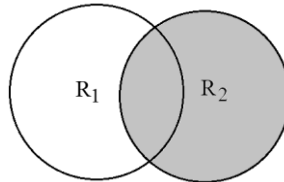
مثال ۵: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		5	6	7		NULL	5	6	7
3	4		8	9	10		NULL	8	9	10
			11	12	13		NULL	11	12	13
R_1			R_2				R_3			

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 3$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 3 \geq 0$$

توجه: در حالت کلی، عملگر الحاق خارجی **راست** سطرهای **پیوندپذیر** از دو جدول و **پیوندناپذیر** از جدول **سمت راست** را استخراج می کند، به صورت زیر:



کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ در شرایط کلی وجود ندارد، زیرا مطابق قانون جامعیت موجودیت، هیچگاه نباید تمام یا بخشی از کلید کاندید مقدار NULL داشته باشد.

خاصیت جابه‌جایی

عملگر $\bowtie$ دارای خاصیت جابه‌جایی نیست.

- (1) $R_1 \bowtie R_2 \neq R_2 \bowtie R_1 \rightarrow R_1^+ \neq R_2^+$
- (2) $R_1 \bowtie R_2 = R_2 \bowtie R_1 \Rightarrow R_1^+ = R_2^+$

موارد خاص

اگر تمامی ستون‌های دو رابطه R_1 و R_2 یکسان باشند، یعنی همه ستون‌های آنها ستون مشترک باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$R_3 = R_2$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$\bowtie$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$=$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
1	2	3		1	2	3		1	2	3
4	5	6		4	5	6		4	5	6
7	8	6		7	9	6		7	9	6
R_1				R_2				R_3		

شبیه‌سازی

عملگر الحاق خارجی راست یک عملگر فرعی است که می‌توان توسط پنج عملگر اصلی **انتخاب**، **پرتو**، **تفاضل**، **ضرب دکارتی** و **اجتماع** آنرا شبیه‌سازی نمود، اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون‌های $R = \{a, b\}$ و $S = \{b, c, d\}$ و ستون b به عنوان ستون مشترک باشد، آنگاه $r \bowtie s$ به صورت زیر قابل شبیه‌سازی است:

$$r \bowtie s = \left(\Pi_{a, s, b, c, d} \left(\sigma_{r.b = s.b} (r \times s) \right) \right) \cup \left(\{ \text{NULL} \} \times \left(s - \Pi_{s, b, c, d} \left(\sigma_{r.b = s.b} (r \times s) \right) \right) \right)$$

تعداد **NULL** به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$R-S = \{a, b\} - \{b, c, d\} = \{a\}$$

$r \bowtie s$:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
			7	4	5		7	2	8	3
							NULL	9	6	7
							NULL	7	4	5

R_3

$$(\Pi_{a,s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))):$$

<u>a</u>	b	$\times$	b	<u>c</u>	d	=	<u>a</u>	r.b	s.b	<u>c</u>	d
1	2		2	5	1		1	2	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	2	5	1
			7	4	5		7	2	2	8	3

که در نهایت پس از انجام عملگر **پرتو**، خروجی نهایی پرس و جو به صورت زیر خواهد بود:

a	s.b	c	d
1	2	5	1
1	2	8	3
5	6	3	2
7	2	5	1
7	2	8	3

$$(\Pi_{s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))):$$

<u>a</u>	b	$\times$	b	<u>c</u>	d	=	a	r.b	s.b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	2	5	1
			7	4	5		7	2	2	8	3

که در نهایت پس از انجام عملگر **پرتو**، خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

s.b	c	d
2	5	1
2	8	3
6	3	2

$(s - \Pi_{s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s)))$:

b	c	d	-	s.b	c	d	=	b	c	d
2	5	1		2	5	1		9	6	7
6	3	2		2	8	3		7	4	5
2	8	3		6	3	2				
9	6	7								
7	4	5								

$(\{NULL\} \times (s - \Pi_{s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))))$:

a	b	c	d	=	a	b	c	d
NULL	9	6	7		NULL	9	6	7
	7	4	5		NULL	7	4	5

$(\Pi_{a,s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))) \cup (\{NULL\} \times (s - \Pi_{s,b,c,d}(\sigma_{r.b=s.b}(r \times s))))$:

a	s.b	c	d	∪	a	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2	5	1		NULL	9	6	7		1	2	5	1
1	2	8	3		NULL	7	4	5		1	2	8	3
5	6	3	2							5	6	3	2
7	2	5	1							7	2	5	1
7	2	8	3							7	2	8	3
										NULL	9	6	7
										NULL	7	4	5

۱۳ - عملگر الحاق خارجی کامل یا فرایوند کامل (Full Outer Join)

این عملگر توسط نماد $\bowtie$ نمایش داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ یک **عملگر فرعی** است. عملگر الحاق خارجی کامل گاهی با نماد **Full Outer Join** نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\bowtie$ همانند عملگر الحاق طبیعی جهت **الحاق سطرهای پیوندپذیر** مابین دو جدول مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما با این **تفاوت** که عملگر الحاق خارجی کامل علاوه بر اینکه کلیه **سطرهای پیوندپذیر** را در خروجی قرار می‌دهد، کلیه **سطرهای پیوندناپذیر جدول سمت چپ و راست** را نیز در خروجی قرار می‌دهد و در این حالت برای **ستون‌های باقی‌مانده جدول سمت راست و چپ** مقدار **NULL** در نظر می‌گیرد.

فرم کلی عملگر $\bowtie$ به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \bowtie R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره برابر حاصل جمع درجه روابط مبدا منهای ستون یا ستون‌های مشترک می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{deg}(R_3) = (\text{deg}(R_1) + \text{deg}(R_2)) - k$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\bowtie$	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
			7	4	5		7	2	8	3
							3	4	NULL	NULL
							NULL	9	6	7
							NULL	7	4	5

$$\text{deg}(R_1) = 2, \text{deg}(R_2) = 3, \text{deg}(R_3) = 4$$

$$\text{deg}(R_3) = (\text{deg}(R_1) + \text{deg}(R_2)) - k = (2 + 3) - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$\text{deg}(R_1 \bowtie R_2) = \text{deg}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 4 = 4$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ همواره بزرگتر یا مساوی **کاردینالیتی الحاق**

طبیعی روابط مبدا می‌باشد، زیرا در الحاق خارجی کامل علاوه بر سطرهای پیوندپذیر دو جدول، سطرهای پیوندناپذیر جدول سمت **چپ** و **راست** نیز در خروجی قرار می‌گیرند، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2)$$

$$(R_1 \bowtie R_2) \subseteq (R_1 \Rightarrow R_2)$$

توجه: الحاق طبیعی دو رابطه، همواره زیر مجموعه **الحاق خارجی کامل** دو رابطه است.

$$(R_1 \Rightarrow R_2) \subseteq (R_1 \Rightarrow R_2)$$

$$(R_1 \bowtie R_2) \subseteq (R_1 \Rightarrow R_2)$$

$$((R_1 \Rightarrow R_2) \cup (R_1 \bowtie R_2)) = (R_1 \Rightarrow R_2)$$

$$((R_1 \Rightarrow R_2) \cap (R_1 \bowtie R_2)) = (R_1 \bowtie R_2)$$

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \Rightarrow R_2$ به صورت زیر است:

a	b	$\Rightarrow$	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2		2	5	1		1	2	5	1
3	4		6	3	2		1	2	8	3
5	6		2	8	3		5	6	3	2
7	2		9	6	7		7	2	5	1
R_1			7	4	5		7	2	8	3
			R_2				3	4	NULL	NULL
							NULL	9	6	7
							NULL	7	4	5
							R_3			

$$\text{card}(R_1) = 4, \text{card}(R_2) = 5, \text{card}(R_3) = 8$$

$$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 8 \geq 5$$

بیشترین کاردینالیتی رابطه مقصد

بیشترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق خارجی کامل زمانی رخ می‌دهد که ستون‌های مشترک، در دو رابطه‌ای که در عمل الحاق طبیعی شرکت کرده‌اند، دقیقاً مشابه یکدیگر باشند و تنها از یک مقدار استفاده کرده باشند.

مثال ۲: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	1		1	5	7		1	1	5	7
2	1		1	3	8		1	1	3	8
			1	6	9		1	1	6	9
R_1			R_2				R_3			
							2	1	5	7
							2	1	3	8
							2	1	6	9

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 6$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 6 = 6$$

کمترین کاردینالیتی رابطه مقصد

کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر الحاق خارجی کامل زمانی رخ می دهد که جدول سمت **چپ** و **راست** هردو باهم **تهی** باشد.

مثال ۳: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
NULL	NULL		NULL	NULL	NULL		NULL	NULL	NULL	NULL
R_1			R_2				R_3			

$$\text{card}(R_1) = 0, \text{card}(R_2) = 0, \text{card}(R_3) = 0$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 0 = 0$$

مثال ۴: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

$R_1 \bowtie R_2$:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		NULL	NULL	NULL		1	2	NULL	NULL
3	4						3	4	NULL	NULL
R_1			R_2				R_3			

$R_1 \bowtie R_2$:

<u>a</u>	b	$\bowtie$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		NULL	NULL	NULL		NULL	NULL	NULL	NULL
3	4									
R_1			R_2				R_3			

$R_1 \Rightarrow R_2$:

<u>a</u>	b	$\Rightarrow$	b	<u>c</u>	d	=	a	b	c	d
1	2		NULL	NULL	NULL		1	2	NULL	NULL
3	4						3	4	NULL	NULL
R_1			R_2				R_3			

$\text{card}(R_1) = 2$, $\text{card}(R_2) = 0$, $\text{card}(R_3) = 2$

$\text{card}(R_1 \Rightarrow R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 2 \geq 0$

مثال ۵: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

$R_1 \bowtie R_2$:

<u>a</u>	b	b	<u>c</u>	d	a	b	c	d
NULL	NULL	5	6	7	NULL	NULL	NULL	NULL
		8	9	10				
		11	12	13				
R_1		R_2			R_3			

$R_1 \bowtie R_2$:

<u>a</u>	b	b	<u>c</u>	d	a	b	c	d
NULL	NULL	5	6	7	NULL	5	6	7
		8	9	10	NULL	8	9	10
		11	12	13	NULL	11	12	13
R_1		R_2			R_3			

$R_1 \bowtie R_2$:

<u>a</u>	b	b	<u>c</u>	d	a	b	c	d
NULL	NULL	5	6	7	NULL	5	6	7
		8	9	10	NULL	8	9	10
		11	12	13	NULL	11	12	13
R_1		R_2			R_3			

$\text{card}(R_1) = 0$, $\text{card}(R_2) = 3$, $\text{card}(R_3) = 3$

$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 3 \geq 0$

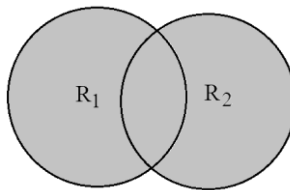
مثال ۶: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	b	b	<u>c</u>	d	a	b	c	d
1	2	5	6	7	1	2	NULL	NULL
3	4	8	9	10	3	4	NULL	NULL
		11	12	13	NULL	5	6	7
R_1		R_2			R_3			
					NULL	8	9	10
					NULL	11	12	13

$$\text{card}(R_1) = 2, \text{card}(R_2) = 3, \text{card}(R_3) = 5$$

$$\text{card}(R_1 \bowtie R_2) \geq \text{card}(R_1 \bowtie R_2) \rightarrow 5 \geq 0$$

توجه: در حالت کلی، عملگر **الحاق خارجی کامل** سطرهای **پیوندپذیر** از دو جدول و **پیوندناپذیر** از **جدول سمت چپ** و **راست** را استخراج می‌کند، به صورت زیر:



کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\bowtie$ در شرایط کلی وجود ندارد، زیرا مطابق قانون جامعیت موجودیت، هیچگاه نباید تمام یا بخشی از کلید کاندید مقدار NULL داشته باشد.

خاصیت جابه‌جایی

عملگر $\bowtie$ دارای خاصیت جابه‌جایی است.

$$R_1 \bowtie R_2 = R_2 \bowtie R_1$$

موارد خاص

اگر تمامی ستون‌های دو رابطه R_1 و R_2 یکسان باشند، یعنی همه ستون‌های آنها ستون مشترک باشد، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$R_3 = R_1 \cup R_2$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \bowtie R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$\bowtie$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	$=$	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>
1	2	3		1	2	3		1	2	3
4	5	6		4	5	6		4	5	6
7	8	6		7	9	6		7	8	6
								7	9	6
R_1				R_2				R_3		

شبیه سازی

عملگر الحاق خارجی کامل یک عملگر فرعی است که می توان توسط پنج عملگر اصلی **انتخاب**، **پرتو**، **تفاضل**، **ضرب دکارتی** و **اجتماع** آنرا شبیه سازی نمود، اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون های $R=\{a,b\}$ و $S=\{b,c,d\}$ و ستون b به عنوان ستون مشترک باشد، آنگاه $r \bowtie s$ به صورت زیر قابل شبیه سازی است:

$$r \bowtie s = (r \bowtie s) \cup (r \bowtie s)$$

$$r \bowtie s = \left(\Pi_{a,s,b,c,d} \left(\sigma_{r.b=s.b} (r \times s) \right) \right) \cup \left(\left(r - \Pi_{a,r,b} \left(\sigma_{r.b=s.b} (r \times s) \right) \right) \times \{NULL, NULL\} \right)$$

$$r \bowtie s = \left(\Pi_{a,s,b,c,d} \left(\sigma_{r.b=s.b} (r \times s) \right) \right) \cup \left(\{NULL\} \times \left(s - \Pi_{s,b,c,d} \left(\sigma_{r.b=s.b} (r \times s) \right) \right) \right)$$

مطابق آنچه پیش از این درباره شبیه سازی عملگر **الحاق خارجی چپ** و **راست** گفتیم، خروجی پرس و جوی فوق به صورت زیر خواهد بود:

a	b	c	d	∪	a	b	c	d	=	a	b	c	d
1	2	5	1		1	2	5	1		1	2	5	1
1	2	8	3		1	2	8	3		1	2	8	3
5	6	3	2		5	6	3	2		5	6	3	2
7	2	5	1		7	2	5	1		7	2	5	1
7	2	8	3		7	2	8	3		7	2	8	3
3	4	NULL	NULL		NULL	9	6	7		3	4	NULL	NULL
					NULL	7	4	5		NULL	9	6	7
										NULL	7	4	5

عملگر الحاق خارجی بدون ستون مشترک

بسته به اینکه در شبیه سازی توسط عملگرهای اصلی، برای مثال الحاق خارجی چپ:

$$r \bowtie s = \left(\Pi_{a,s,b,c,d} \left(\sigma_{r.b=s.b} (r \times s) \right) \right) \cup \left(\left(r - \Pi_{a,r,b} \left(\sigma_{r.b=s.b} (r \times s) \right) \right) \times \{NULL, NULL\} \right)$$

شرط اتصال $\sigma_{r.b=s.b}$ در $\left(\sigma_{r.b=s.b} (r \times s) \right)$ چگونه **تحلیل** شود، نتیجه عملگر الحاق خارجی بدون ستون مشترک قابل استنتاج است. با توجه به اینکه در این حالت فرض شده است ستون مشترک وجود ندارد، در تحلیل اول، اگر شرط اتصال $\sigma_{r.b=s.b}$ حذف شود (انگار به یک شرط همیشه درست $1=1$ تبدیل می شود) در این شرایط، عملگر الحاق خارجی بدون ستون مشترک به ضرب دکارتی تبدیل می شود. به صورت زیر:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\Rightarrow \times$	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>
1	2		5	6	7		1	2	5	6	7
3	2		8	9	10		1	2	8	9	10
			11	12	13		1	2	11	12	13
			14	6	7		1	2	14	6	7
R_1			R_2				R_3				
							3	2	5	6	7
							3	2	8	9	10
							3	2	11	12	13
							3	2	14	6	7

در تحلیل دوم، اگر شرط اتصال $\sigma_{r.b=s.b}$ حذف نشود (انگار به یک شرط همیشه نادرست $1=0$ تبدیل می‌شود) در این شرایط، عملگر الحاق خارجی بدون ستون مشترک در همان فرم عملگر الحاق خارجی می‌ماند، در این شرایط سطرهای **پیوندناپذیر** در خروجی قرار می‌گیرد و برای ستون‌های باقی‌مانده مقدار **NULL** لحاظ می‌شود. به صورت زیر:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\Rightarrow$	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>
1	2		5	6	7		1	2	NULL	NULL	NULL
3	2		8	9	10		3	2	NULL	NULL	NULL
			11	12	13						
			14	6	7						
R_1			R_2				R_3				

توجه: در SQL نیز بسته به نسخه مربوطه، تحلیل اول یا دوم پیاده‌سازی شده‌است.

توجه مهم: هیچ وقت از نحوه اجرای دستورات در محیط SQL، نحوه اجرا در مدل رابطه‌ای و جبر رابطه‌ای را نتیجه نگیرید، چون SQL به طور 100 درصد از قوانین مدل رابطه‌ای و جبر رابطه‌ای تبعیت نمی‌کند، برای مثال در جبر رابطه‌ای سطرهای تکراری به طور خودکار حذف می‌شود، درحالی‌که در SQL به طور خودکار حذف نمی‌شود و حتما دستور Distinct باید اجرا شود، یا برای مثالی دیگر در مدل رابطه‌ای تعریف ستون چندمقداری و مرکب مجاز نیست، درحالی‌که در SQL تعریف نوع دامنه تاریخ (روز، ماه، سال) که مرکب است مجاز است.

۱۴ - عملگر تقسیم (Division)

این عملگر توسط نماد $\div$ نمایش داده می‌شود. عملگر $\div$ یک **عملگر فرعی** است. عملگر تقسیم گاهی با نماد **DIV** یا **DIVIDEBY** نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\div$ زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که پرس‌وجو بخواهد **همه حالت‌های یک اتفاق** را بررسی کند. مانند، **شماره**

تولید کنندگانی که **همه قطعات** را تولید کرده‌اند. در جبر رابطه‌ای تقسیم هر دو رابطه دلخواه امکان پذیر نیست و **شرط خاصی برای تقسیم دارد**. فقط روابطی را می‌توان برهم تقسیم کرد که تمام خصیصه‌های مقسوم علیه در مقسوم باشد. به عبارت دیگر، مجموعه ستون‌های مقسوم علیه، زیرمجموعه، مجموعه ستون‌های مقسوم باشد. اگر دو جدولی که بر یکدیگر تقسیم می‌شوند دارای شرط تقسیم پذیری باشند، آنگاه سطرهایی از جدول مقسوم در خروجی قرار می‌گیرد که همه سطرهای جدول مقسوم علیه را در کنار خود داشته باشد.

فرم کلی عملگر به صورت زیر است:

$$R_3 = R_1 \div R_2$$

درجه رابطه مقصد

درجه رابطه مقصد حاصل از عملگر $\div$ همواره برابر درجه رابطه مقسوم منهای درجه رابطه مقسوم علیه می‌باشد، به صورت زیر:

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) - \deg(R_2)$$

همچنین ستون‌های رابطه مقصد (خارج قسمت) حاصل از عملگر $\div$ همواره برابر **تفاضل** مجموعه ستون‌های رابطه مقسوم و مجموعه ستون‌های رابطه مقسوم علیه است. به عبارت دیگر، اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون‌های $R = \{a, b\}$ و $S = \{b\}$ باشد، آنگاه ستون‌های $r \div s$ به صورت زیر خواهد بود:

$$r \div s = \Pi_{R-S}(r \div s) = \Pi_a(r \div s)$$

$R-S$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$R-S = \{a, b\} - \{b\} = \{a\}$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \div R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\div$	<u>b</u>	=	<u>a</u>
1	2		3		1
2	4		4		2
2	3		R_2		R_3
1	3				
1	4				
5	3				
7	8				
R_1					

$$\deg(R_1) = 2, \deg(R_2) = 1, \deg(R_3) = 1$$

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) - \deg(R_2) = 2 - 1 = 1$$

کاردینالیتی رابطه مقصد

کاردینالیتی رابطه مقصد حاصل از عملگر $\div$ همواره کوچکتر یا مساوی حاصل تقسیم کاردینالیتی روابط مبدا یعنی مقسوم و مقسوم علیه می‌باشد، به صورت زیر:

$$\text{card}(R_3) \leq \left\lfloor \frac{\text{card}(R_1)}{\text{card}(R_2)} \right\rfloor$$

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \div R_2$ به صورت زیر است:

a	b	c	d	e	$\div$	d	e	=	a	b	c
5	6	7	1	2		1	2		5	6	7
5	6	7	3	4		3	4		6	4	5
8	2	3	6	7		R_2			5	6	8
6	4	5	3	4					6	2	5
7	8	9	1	2					2	6	8
6	4	5	1	2					R_3		
5	6	7	8	9							
5	6	8	1	2							
5	6	8	3	4							
6	2	5	1	2							
6	2	5	3	4							
2	6	8	1	2							
2	6	8	3	4							

$$\deg(R_1) = 5, \deg(R_2) = 2, \deg(R_3) = 3$$

$$\deg(R_3) = \deg(R_1) - \deg(R_2) = 5 - 2 = 3$$

$$\text{card}(R_1) = 13, \text{card}(R_2) = 2, \text{card}(R_3) = 5$$

$$\text{card}(R_3) \leq \left\lfloor \frac{\text{card}(R_1)}{\text{card}(R_2)} \right\rfloor \rightarrow 5 \leq \left\lfloor \frac{13}{2} \right\rfloor \rightarrow 5 \leq 6$$

بیشترین کاردینالیتی رابطه مقصد

بیشترین کاردینالیتی حاصل از عملگر تقسیم زمانی رخ می‌دهد که همه سطرهای مقسوم علیه به عنوان یک گروه کامل در بیشترین حالت ممکن، کنار سطرهای مقسوم به طور کامل تکرار گردد.

مثال ۲: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \div R_2$ به صورت زیر است:

$\frac{a}{b}$	$\div$	$\frac{b}{a}$	$=$	$\frac{a}{b}$
1 3		3		1
1 4		4		2
2 3		R_2		3
2 4				R_3
3 3				
3 4				
R_1				

$$\text{card}(R_1) = 6, \text{card}(R_2) = 2, \text{card}(R_3) = 3$$

$$\text{card}(R_3) \leq \left\lfloor \frac{\text{card}(R_1)}{\text{card}(R_2)} \right\rfloor \rightarrow 3 = \left\lfloor \frac{6}{2} \right\rfloor \rightarrow 3 = 3$$

مثال ۳: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \div R_2$ به صورت زیر است:

$\frac{a}{b}$	$\div$	$\frac{b}{a}$	$=$	$\frac{a}{b}$
1 3		3		1
1 4		4		2
2 3		R_2		3
2 4				R_3
3 3				
3 4				
5 6				
R_1				

$$\text{card}(R_1) = 7, \text{card}(R_2) = 2, \text{card}(R_3) = 3$$

$$\text{card}(R_3) \leq \left\lfloor \frac{\text{card}(R_1)}{\text{card}(R_2)} \right\rfloor \rightarrow 3 = \left\lfloor \frac{7}{2} \right\rfloor \rightarrow 3 = 3$$

کمترین کاردینالیتی رابطه مقصد

کمترین کاردینالیتی حاصل از عملگر تقسیم زمانی رخ می‌دهد که همه سطرهای مقسوم علیه به عنوان یک گروه کامل در کنار هیچ یک از سطرهای مقسوم به طور کامل تکرار نگردد و باعث خروجی **تهی** شود.

مثال ۴: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \div R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	$\div$	<u>b</u>	=	<u>a</u>
1	3		3		NULL
1	5		4		R_3
2	3		R_2		
2	5				
3	3				
3	5				
R_1					

$$\text{card}(R_1) = 6, \text{card}(R_2) = 2, \text{card}(R_3) = 0$$

$$\text{card}(R_3) \leq \left\lfloor \frac{\text{card}(R_1)}{\text{card}(R_2)} \right\rfloor \rightarrow 0 \leq \left\lfloor \frac{6}{2} \right\rfloor \rightarrow 0 \leq 3$$

کلید کاندید رابطه مقصد

کلید کاندید رابطه مقصد حاصل از عملگر $\div$ به دو فرم زیر وجود دارد:

فرم اول: اگر کلید کاندید رابطه مبدا مقسوم R_1 در رابطه مقصد (خارج قسمت) R_3 باشد، آنگاه کلید کاندید رابطه مقصد R_3 برابر همان کلید کاندید رابطه مبدا مقسوم R_1 خواهد بود.

$$\text{C.K.}(R_3) = \text{C.K.}(R_1)$$

مثال ۱: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = R_1 \div R_2$ به صورت زیر است:

<u>a</u>	<u>b</u>	c	d	e	$\div$	<u>d</u>	<u>e</u>	=	<u>a</u>	<u>b</u>	c
1	1	4	1	2		1	2		1	1	4
1	2	4	1	2		R_2			1	2	4
2	1	5	1	2					2	1	5
3	2	4	1	2					3	2	4
4	4	6	2	1							
R_1									R_3		

کلید کاندید رابطه مبدا مقسوم برابر ab است، به صورت زیر:

$$\text{C.K.}(R_1) = ab$$

کلید کاندید رابطه مبدا مقسوم R_1 در رابطه مقصد R_3 وجود دارد، پس کلید کاندید رابطه مقصد R_3 برابر همان کلید کاندید رابطه مبدا مقسوم R_1 خواهد بود:

$$\text{C.K.}(R_3) = ab$$

فرم دوم: اما اگر کلید کاندید رابطه مبدا مقسوم R_1 در رابطه مقصد (خارج قسمت) R_3 نباشد، آنگاه کلید کاندید رابطه مقصد **تمام کلید (All Key)** خواهد بود، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = \text{All Key}$$

مثال ۲: خروجی پرس و جوی $R_3 = R_1 \div R_2$ به صورت زیر است:

a	b	c	d	e	÷	d	e	=	a	b	c
5	6	7	1	2		1	2		5	6	7
5	6	7	3	4		3	4		6	4	5
8	2	3	6	7		R_2			5	6	8
6	4	5	3	4					6	2	5
7	8	9	1	2					2	6	8
6	4	5	1	2					R_3		
5	6	7	8	9							
5	6	8	1	2							
5	6	8	3	4							
6	2	5	1	2							
6	2	5	3	4							
2	6	8	1	2							
2	6	8	3	4							
R_1											

کلید کاندید رابطه مبدا مقسوم برابر abcd است، به صورت زیر:

$$C.K.(R_1) = abcd$$

کلید کاندید رابطه مبدا R_1 در رابطه مقصد R_3 وجود ندارد، پس کلید کاندید رابطه مقصد R_3 **تمام کلید (All Key)** خواهد بود، به صورت زیر:

$$C.K.(R_3) = abc$$

خاصیت جابه جایی

عملگر $\div$ دارای خاصیت جابه جایی نیست.

$$R_1 \div R_2 \neq R_2 \div R_1$$

شبیه سازی

عملگر تقسیم یک عملگر فرعی است که می توان توسط سه عملگر اصلی **پرتو**، **تفاضل** و **ضرب** **دکارتی** آنرا شبیه سازی نمود، اگر r و s دو رابطه (جدول) به ترتیب با مجموعه ستون های $R = \{a, b\}$ و $S = \{b\}$ باشد، آنگاه $r \div s$ به صورت زیر قابل شبیه سازی است:

$$r \div s = \Pi_{R-S}(r) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(r) \times S) - r)$$

ساده سازی جهت به خاطر سپاری بهتر:

$$r \div s = (\dots) - ((\dots \times \dots) - \dots)$$

همچنین رابطه زیر برقرار است:

$$\Pi_{R-S,S}(r) = \Pi_{a,b}(r) = r$$

R-S به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$R-S = \{a, b\} - \{b\} = \{a\}$$

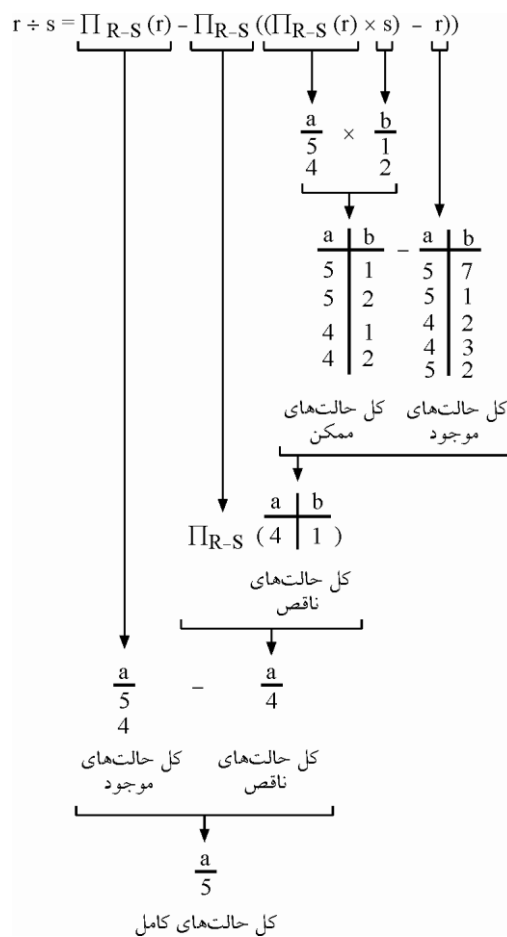
بنابراین $r \div s$ به صورت زیر نیز قابل شبیه‌سازی است:

$$r \div s = \Pi_{R-S}(r) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(r) \times S) - \Pi_{R-S,S}(r))$$

مثال: خروجی پرس‌وجوی $R_3 = r \div s$ به صورت زیر است:

$\frac{a}{b}$	$\frac{b}{s}$	$\div$	$\frac{b}{s}$	$=$	$\frac{a}{s}$
5	7		1		5
5	1		2		R_3
4	2		s		
4	3				
5	2				
r					

$$\Pi_{R-S}(r) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(r) \times S) - r):$$



پرس وجوئیسی

جداول S، SP و P را به صورت زیر در نظر بگیرید:

S#	Sname	City	S#	P#	QTY	P#	Pname	Color
S1	Sn1	C1	S1	P1	10	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2	S1	P2	20	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2	S2	P1	30	جدول P		

جدول S جدول SP

پرس وجو ۱: شماره تولیدکنندگانی که همه قطعات را تولید کرده‌اند:

$$\Pi_{S\#,P\#}(SP) \div \Pi_{P\#}(P)$$

توجه مهم: به طور کلی، اگر کلمه «همه» در میانه پرس وجو باشد، با کمی احتیاط نشانه خوبی برای تقسیم است، و کلمه جلو «همه» یعنی «قطعات» هم مقسوم علیه است و ادامه پرس وجو هم مقسوم است. کلمه «همه» در ابتدای پرس وجو در اغلب موارد، زائد است، چون یک پرس وجو به طور خودکار همه سطرهایی که حائز شرط پرس وجو است در خروجی نمایش می‌دهد.

توسط عملگر پرتو، شرط تقسیم‌پذیری دو رابطه برقرار شده‌است، در پرس وجوی سمت چپ یعنی داخل جدول SP شماره تولیدکنندگانی که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند قرار دارد، که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی پرس وجوی سمت چپ به صورت زیر خواهد بود:

S#	P#
S1	P1
S1	P2
S2	P1

در پرس وجوی سمت راست یعنی داخل جدول P مشخصات کلیه قطعات موجود قرار دارد، که در نهایت پس از انجام عملگر پرتو، خروجی پرس وجوی سمت راست به صورت زیر خواهد بود:

P#
P1
P2

که در نهایت پس از انجام عملگر تقسیم، خروجی نهایی پرس وجو به صورت زیر خواهد بود:

$\frac{S\#}{S1}$	$\frac{P\#}{P1}$	$\div$	$\frac{P\#}{P1}$	$=$	$\frac{S\#}{S1}$
S1	P1		P1		S1
S1	P2		P2		
S2	P1				

شبیه سازی $\Pi_{S\#,P\#}(SP) \div \Pi_{P\#}(P)$ ، توسط سه عملگر اصلی **پرتو**، **تفاضل** و **ضرب دکارتی**

$$\Pi_{S\#,P\#}(SP) \div \Pi_{P\#}(P) = \Pi_{R-S}(r) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(r) \times S) - r)$$

همچنین مولفه های r و s به صورت زیر است:

$$r = \Pi_{S\#,P\#}(SP)$$

$$s = \Pi_{P\#}(P)$$

$R-S$ به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$R-S = \{S\#, P\#\} - \{P\#\} = \{S\# \}$$

پس از جایگذاری مولفه های فوق در رابطه شبیه سازی عملگر تقسیم داریم:

$$\Pi_{S\#}(\Pi_{S\#,P\#}(SP)) - \Pi_{S\#}((\Pi_{S\#}(\Pi_{S\#,P\#}(SP)) \times \Pi_{P\#}(P)) - \Pi_{S\#,P\#}(SP))$$

پس از ساده سازی پرس وجوی فوق، بر اساس قوانین عملگر پرتو داریم:

$$\Pi_{S\#}(SP) - \Pi_{S\#}((\Pi_{S\#}(SP) \times \Pi_{P\#}(P)) - \Pi_{S\#,P\#}(SP))$$

ابتدا در داخلی ترین پرانتز داریم:

$$\Pi_{S\#}(SP):$$

$\frac{S\#}{S1}$
S1
S2

$$\Pi_{P\#}(P):$$

$\frac{P\#}{P1}$
P1
P2

$(\Pi_{S\#}(SP) \times \Pi_{P\#}(P))$:

S#	×	P#	=	S#	P#
S1		P1		S1	P1
S2		P2		S1	P2
				S2	P1
				S2	P2

در خروجی فوق مجموعه همه **جفت** شماره تولیدکننده و شماره قطعه **ممکن** قرار دارد، یعنی چه آن قطعه واقعا توسط آن تولیدکننده تولید شده باشد، و چه تولید نشده باشد. در ادامه و اجرای پرس‌وجوی سمت راست عملگر تفاضل داریم:

$\Pi_{S\#,P\#}(SP)$:

S#	P#
S1	P1
S1	P2
S2	P1

در خروجی فوق مجموعه همه **جفت** شماره تولیدکننده و شماره قطعه **واقعی** قرار دارد، یعنی آن قطعه واقعا توسط آن تولیدکننده تولید شده باشد. در ادامه و اجرای عملگر تفاضل داریم:

$(\Pi_{S\#}(SP) \times \Pi_{P\#}(P)) - \Pi_{S\#,P\#}(SP)$:

S#	P#	-	S#	P#	=	S#	P#
S1	P1		S1	P1		S2	P2
S1	P2		S1	P2			
S2	P1		S2	P1			
S2	P2						

در خروجی فوق مجموعه همه **جفت** شماره تولیدکننده و شماره قطعه **غیر واقعی** قرار دارد. در ادامه و اجرای عملگر پرتو داریم:

$\Pi_{S\#}((\Pi_{S\#}(SP) \times \Pi_{P\#}(P)) - \Pi_{S\#,P\#}(SP))$:

S#
S2

در خروجی فوق شماره تولیدکنندگانی قرار دارد که حداقل یک قطعه وجود دارد که تولید نکرده‌اند. در ادامه و اجرای پرس‌وجوی سمت چپ **عملگر تفاضل خارجی** داریم:

$\Pi_{S\#}(SP)$:

$$\frac{S\#}{S1 \quad S2}$$

در خروجی فوق شماره تولیدکنندگانی قرار دارد که حداقل یک قطعه تولید کرده‌اند. که در نهایت پس از انجام عملگر تفاضل خروجی نهایی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

$\Pi_{S\#}(SP) - \Pi_{S\#}((\Pi_{S\#}(SP) \times \Pi_{P\#}(P)) - \Pi_{S\#,P\#}(SP))$:

$$\frac{S\#}{S1} - \frac{S\#}{S2} = \frac{S\#}{S1}$$

در خروجی فوق شماره تولیدکنندگانی قرار دارد، که هیچ قطعه‌ای نباشد که آنرا تولید نکرده باشد، به عبارت دیگر شماره تولیدکنندگانی که **همه قطعات** را تولید کرده‌اند استخراج شده است.

پرس‌وجو ۲: مشخصات تولیدکنندگانی که **همه قطعات** را تولید کرده‌اند:

$S \bowtie (\Pi_{S\#,P\#}(SP) \div \Pi_{P\#}(P))$:

در پرانتز داخلی مطابق پرس‌وجوی قبل شماره تولیدکنندگانی که **همه قطعات** را تولید کرده‌اند قرار دارد، به صورت زیر:

$$\frac{S\# \mid P\#}{S1 \mid P1 \quad S1 \mid P2 \quad S2 \mid P1} \div \frac{P\#}{P1 \quad P2} = \frac{S\#}{S1}$$

که در نهایت پس از انجام عملگر الحاق طبیعی خروجی پرس‌وجو به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{S\# \mid Sname \mid City}{S1 \mid Sn1 \mid C1 \quad S2 \mid Sn2 \mid C2 \quad S3 \mid Sn3 \mid C2} \bowtie \frac{S\#}{S1} = \frac{S\# \mid Sname \mid City}{S1 \mid Sn1 \mid C1}$$

همچنین مطابق پرس وجوی مطرح شده در جبر رابطه‌ای به شکل دیگری توسط عملگر نیم پیوند چپ نیز داریم:

$$S \bowtie (\Pi_{(S\#,P\#)}(SP) \div \Pi_{(P\#)}(P)):$$

<u>S#</u>	Sname	City	$\bowtie$	<u>S#</u>	$=$	<u>S#</u>	Sname	City
S1	Sn1	C1		S1		S1	Sn1	C1
S2	Sn2	C2						
S3	Sn3	C2						

پرس وجو ۳: نام تولیدکنندگانی که همه قطعات را تولید کرده‌اند:

$$\Pi_{Sname}(S \bowtie (\Pi_{(S\#,P\#)}(SP) \div \Pi_{(P\#)}(P)))$$

۱۵ - عملگر انتساب (Assignment)

این عملگر توسط نماد $\leftarrow$ نمایش داده می‌شود. عملگر انتساب گاهی با نماد $=$ یا GIVING نیز نشان داده می‌شود. عملگر $\leftarrow$ جهت قرار دادن خروجی یک عبارت جبر رابطه‌ای در یک رابطه مورد استفاده قرار می‌گیرد.
فرم کلی عملگر $\leftarrow$ به صورت زیر است:

$$R_2 \leftarrow R_1$$

پرس وجو نویسی

جداول S، SP و P را به صورت زیر در نظر بگیرید:

<u>S#</u>	Sname	City	<u>S#</u>	<u>P#</u>	QTY	<u>P#</u>	Pname	Color
S1	Sn1	C1	S1	P1	10	P1	Pn1	Red
S2	Sn2	C2	S1	P2	20	P2	Pn2	Blue
S3	Sn3	C2	S2	P1	30	جدول P		
جدول S			جدول SP					

پرس وجو ۱: درج سطر $\{(S2, 'P2', 40)\}$ به جدول SP.

$$SP \leftarrow SP \cup \{(S2, 'P2', 40)\}$$

S#	P#	QTY	←	S#	P#	QTY	∪	S#	P#	QTY
S1	P1	10		S1	P1	10		S2	P2	40
S1	P2	20		S1	P2	20				
S2	P1	30		S2	P1	30				
S2	P2	40								

پرس وجو ۲: حذف سطر $\{(S2, 'P2', 40)\}$ از جدول SP.

$$SP \leftarrow SP - \{(S2, 'P2', 40)\}$$

S#	P#	QTY	←	S#	P#	QTY	-	S#	P#	QTY
S1	P1	10		S1	P1	10		S2	P2	40
S1	P2	20		S1	P2	20				
S2	P1	30		S2	P1	30				
				S2	P2	40				

پرس وجو ۳: حذف تولیدکنندگان ساکن شهر C2 از جدول S.

$$S \leftarrow S - \sigma_{S.City=C2}(S)$$

S#	Sname	City	←	S#	Sname	City	-	S#	Sname	City
S1	Sn1	C1		S1	Sn1	C1		S2	Sn2	C2
				S2	Sn2	C2		S3	Sn3	C2
				S3	Sn3	C2				

توجه: در انجام عمل اشتراک، تفاضل و زیرمجموعه بودن، برقراری شروط سازگاری

(هم تیر) الزامی است که در پرس وجوهای فوق این الزام برقرار است.

پرس وجو ۴: به تعداد همه قطعات موجود در جدول SP، 0.5 اضافه شود:

$$\sigma_{QTY \leftarrow QTY + (QTY \times 0.5)}(SP) = \sigma_{QTY \leftarrow (QTY \times 1.5)}(SP)$$

پرس وجو ۵: نام شهر C2 به C3 در جدول S تغییر کند:

$$\sigma_{City \leftarrow 'C3'}(\sigma_{City='C2'}(S))$$

پرس وجو ۶: نام تولیدکنندگانی که قطعه P2 را تولید کرده اند:

$$Temp1 \leftarrow S \bowtie SP$$

$$Temp2 \leftarrow \sigma_{P\#='P2'}(Temp1)$$

$$\Pi_{Sname}(Temp2)$$