گروه بابان
BABAN.IR

بسم الله الرحمن الرحیم

CALCULUS

ریاضی عمومی ۱ و ۲

مهندسی کامپیوتر ۱۴۰۲

ابوالفضل گیلک
مولف کتب راهیان ارشد

C

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل - سال ۱۴۰۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

عصر جمعه
۱۴۰۱/۱۲/۱۲

مهندسی کامپیوتر (کد ۱۲۷۷)

تعداد سؤال: ۱۱۵

زمان پاسخ‌گویی: ۲۴۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۲۵	۱	۲۵
۲	ریاضیات (ریاضی عمومی (۱و۲)، آمار و احتمال مهندسی، ریاضیات گسسته)	۲۰	۲۶	۴۵
۳	دروس تخصصی ۱ (نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها، سیگنال‌ها و سیستم‌ها)	۱۰	۴۶	۵۵
۴	دروس تخصصی ۲ (ساختمان داده‌ها، طراحی الگوریتم و هوش مصنوعی)	۲۰	۵۶	۷۵
۵	دروس تخصصی ۳ (مدار منطقی، معماری کامپیوتر و الکترونیک دیجیتال)	۲۰	۷۶	۹۵
۶	دروس تخصصی ۴ (سیستم‌های عامل، شبکه‌های کامپیوتری و پایگاه داده‌ها)	۲۰	۹۶	۱۱۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

پاسخ تشریحی سوالات ریاضی عمومی مهندسی کامپیوتر ۱۴۰۲ تقدیم شما می‌شود.

این پاسخ‌ها بلافاصله پس از برگزاری آزمون نوشته شده‌اند.

امیدوارم مورد استفاده شما قرار بگیرند. فایل ویدئویی نیز در اولین فرصت

درج خواهد شد.

۲۶- به‌ازای چه تعداد عدد طبیعی $n \leq ۳۵۰۰$، تساوی $\sin(n\theta) + i\cos(n\theta) = (\sin\theta + i\cos\theta)^n$، برقرار است؟

۱) ۸۷۴

۲) ۸۷۵

۳) ۱۷۴۹

۴) ۱۷۵۰

پاسخ: گزینه (۲)

از طرفین مزدوج بگیریم.

$$\sin\theta - i\cos\theta = -i(\cos\theta + i\sin\theta) = -ie^{i\theta}$$

$$(\sin\theta - i\cos\theta)^n = (-i)^n e^{in\theta} = (-i)^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

ما می‌خواهیم: $(-i)^n = -i$ باشد. پس

$$(-i)^{n-1} = 1 \Rightarrow n-1 = 4k \Rightarrow n = 4k+1$$

$$1 \le 4k+1 \le 3500 \Rightarrow 0 \le k \le 874$$

تعدادشان ۸۷۵ تا است.

۲۷- مقدار $\lim_{n\to\infty} \frac{(n!)^{\frac{1}{n}}}{n}$ ، کدام است؟

۱) $e^{-۲}$

۲) $e^{-۱}$

۳) e

۴) $e^{۲}$

پاسخ: تمرینات (۲)

طبق نتیجه‌ی استرلینگ: $\sqrt[n]{n!} \simeq \frac{n}{e}$ $(n \to \infty)$

بنابراین:

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{e}}{n} = \frac{1}{e} = e^{-1}$$

۲۸- مقدار $\int_{۱}^{۲} \frac{۱}{x^{۳}+x} dx$ ، کدام است؟

۱) $\ln(۲\sqrt{۱۰})$

۲) $\ln\sqrt{\frac{۸}{۵}}$

۳) $\frac{\pi}{۲} - \tan^{-۱}(۲)$

۴) $\frac{\pi}{۲} - \tan^{-۱}(۲) + \ln ۲$

پاسخ: گزینه (۲)

$$\frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}\, dx = \ln|x| - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) \Big|_1^2$$

$$= \ln \frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}} \Big|_1^2 = \ln\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \ln\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right) = \ln\sqrt{\frac{8}{5}}$$

۲۹- معادلهٔ صفحهٔ مماس بر رویهٔ $x+z^{۲}-\frac{۱}{۸}=xy+yz+xz$ که موازی صفحهٔ $x-۲y+۳z=۴$ باشد، کدام است؟

۱) $x-۲y+۳z=۲$

۲) $x-۲y+۳z=-۳$

۳) $x-۲y+۳z=-۲$

۴) $x-۲y+۳z=۳$

پاسخ: گزینه ۲

رویه: $xy + yz + xz - x - z^2 + \frac{1}{8} = 0$

همان طور که از گزینه‌ها هم پیداست صفحه‌ی مماس دارای بردار نرمال (قائم) مانند بردار نرمال صفحه‌ی $x - 2y + 2z = 4$ است.

بنابراین کافیست نقطه‌ای را پیدا کنیم که آن صفحه بر رویه مماس است.

می‌خواهیم در آن نقطه بردار گرادیان، موازی بردار $(3, -2, 1)$ باشد:

$$\frac{f_x}{1} = \frac{f_y}{-2} = \frac{f_z}{3}$$

$$\frac{y+z-1}{1} = \frac{x+z}{-2} = \frac{x+y-2z}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+z = -2(y+z-1) \\ x+y-2z = 3(y+z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2y-3z+2 \\ x = 2y+5z-3 \end{cases}$$

هر نقطه‌ای که در این دستگاه و در معادله‌ی رویه صدق کند نقطه‌ی تماس است. با کمی دقت متوجه می‌شویم که به ازای $z=0$ داریم $y=\frac{5}{4}$ و $x=-\frac{1}{2}$. (این نقطه در معادله‌ی رویه هم صدق می‌کند.)

حالا درگزینه‌ها این نقطه را قرار دهید متوجه می‌شوید گزینه (۲) جواب است.

۳۰- کوتاه‌ترین فاصلهٔ مبدأ مختصات از رویهٔ $xyz^{۲} = ۲$، کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

پاسخ، گزینه (۲) تابع هدف D است اما می‌توانیم برای راحتی بیشتر کوچکترین مقدار D^2 را پیدا کنیم:

$$D = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\text{هدف موقت} = x^2+y^2+z^2 \xrightarrow{\text{لاگرانژ}} \frac{2x}{yz^2} = \frac{2y}{xz^2} = \frac{2z}{2xyz}$$

$$\text{قید (شرط)}\ g: xyz^2 = 2$$

$$\longrightarrow \quad x^2z^2 = y^2z^2 \quad , \quad 2x^2yz = yz^3 \quad \longrightarrow \quad y = \pm x \quad , \quad z = \pm\sqrt{2}x \xrightarrow{\text{در } g} x \cdot x \cdot 2x^2 = 2$$

$$\Longrightarrow \quad x = \pm 1 \quad , \quad y = \pm 1 \quad , \quad z = \pm\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \quad D = \sqrt{1+1+2} = 2$$

۳۱- مقدار $\int_{0}^{1}\int_{y}^{1}\frac{1}{x^{4}+1}dxdy$، کدام است؟

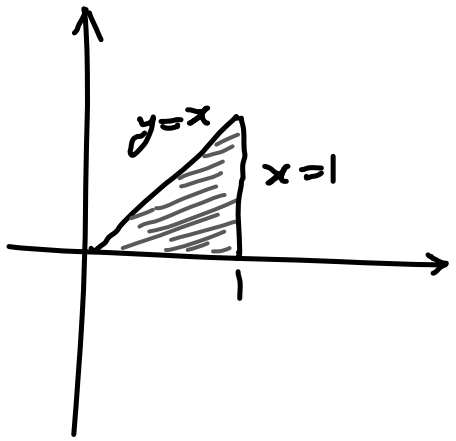
۱) $\frac{\pi}{8}$

۲) $\frac{\pi}{6}$

۳) $\frac{\pi}{5}$

۴) $\frac{\pi}{4}$

پاسخ: گزینه (۱)



$$I = \int_0^1 \int_0^x \frac{1}{x^4+1}\, dy\, dx = \int_0^1 \frac{x}{x^4+1}\, dx = \frac{1}{2} Arctg(x^2)\Big|_0^1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}-0\right) = \frac{\pi}{8}$$

$$u^2 = x^4 \qquad u = x^2$$

$$du = 2x\, dx$$

۳۲- فرض کنید C مرز مربع A باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته‌شده و $\oint_C (xy^2 + x^3 \sin^3 x)\,dx + (x^2y + 2x)\,dy = 6$. مساحت مربع A، کدام است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

پاسخ: گزینه (۲)

قضیه‌ی گرین:

$$I = \oint_C M\,dx + N\,dy = \iint_A (N_x - M_y)\,dy\,dx$$

$$\Longrightarrow \quad I = \iint_A (2xy + 2 - 2xy)\,dy\,dx = 2 \times S_A$$

$$2S_A = 6 \quad \Longrightarrow \quad S_A = 3$$