

آمار و احتمال مهندسی

مهندسی کامپیوتر ۱۴۰۲

ابوالفضل گیلک
مولف کتب راهیان ارشد

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۴۰۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود
مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

عصر جمعه
۱۴۰۱/۱۲/۱۲

مهندسی کامپیوتر (کد ۱۲۷۷)

زمان پاسخ‌گویی: ۲۴۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۱۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۲۵	۱	۲۵
۲	ریاضیات (ریاضی عمومی (۲و۱)، آمار و احتمال مهندسی، ریاضیات گسسته)	۲۰	۲۶	۴۵
۳	دروس تخصصی ۱ (نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها، سیگنال‌ها و سیستم‌ها)	۱۰	۴۶	۵۵
۴	دروس تخصصی ۲ (ساختمان داده‌ها، طراحی الگوریتم و هوش مصنوعی)	۲۰	۵۶	۷۵
۵	دروس تخصصی ۳ (مقدار منطقی، معماری کامپیوتر و الکترونیک دیجیتال)	۲۰	۷۶	۹۵
۶	دروس تخصصی ۴ (سیستم‌های عامل، شبکه‌های کامپیوتری و پایگاه داده‌ها)	۲۰	۹۶	۱۱۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

دانش تشریحی سوالات آمار و احتمال مهندس کامپیوتر ۱۴۰۲ تقویم شمالی نمود.

این دانش ها بلافاصله پس از برگزاری آزمون نوشته شده اند.

اسم و ارم مورد استفاده شما قرار بگیرد. فایل ویدیویی نیز در اولین فرصت

درج خواهد شد.

۳۳- براساس داده‌های ارائه‌شده در نمودار تنه و شاخه (ساقه و برگ) زیر، مقدار (Q_1, m, Q_3) کدام است؟

۰	۱	۸	۹					
۱	۲	۳	۴	۷	۹			
۲	۲	۲	۵	۷	۷	۸	۹	
۳	۰	۱	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۰	۲	۶	۶	۷	۷	۸	۹
۵	۱	۲	۳	۴				

(۱) (۲۲, ۳۴, ۴۶)

(۲) (۲۲, ۳۴/۵, ۴۴/۵)

(۳) (۲۱, ۳۴/۵, ۴۶)

(۴) (۲۱, ۳۴, ۴۴/۵)

پاسخ: گزینہ (۱)

$$n = ۲۵$$

$$(n+1) \times \frac{1}{۲۵} = ۲۶ \times \frac{1}{۲۵} = ۹$$

$$x_9 = ۲۲$$

$$(n+1) \times \frac{1}{۱۵} = ۲۶ \times \frac{1}{۱۵} = ۱۸$$

$$x_{18} = ۳۴$$

$$(n+1) \times \frac{1}{۷۵} = ۲۶ \times \frac{۲}{۷۵} = ۲۷$$

$$x_{۲۷} = ۴۶$$

۳۴- یک جفت تاس سالم را به دفعات و مستقل از هم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع خال‌های ۷ قبل از مجموع خال‌های ۵ ظاهر شود، کدام است؟

- $\frac{1}{5}$ (۱)
- $\frac{2}{5}$ (۲)
- $\frac{3}{5}$ (۳)
- $\frac{4}{5}$ (۴)
- $\frac{5}{5}$ (۵)

پاسخ: گزینه (۳)

$$x_1 + x_2 = 5$$

۱	۴
۲	۳
۳	۲
۴	۱

$$x_1 + x_2 = 7$$

۱	۶
۲	۵
۳	۴
۴	۳
۵	۲
۶	۱

$X =$ شماره اولی باری که $x_1 + x_2 = 7$ به دست می آید.

$Y =$ شماره اولی باری که $x_1 + x_2 = 5$ به دست می آید.

در هر بار پرتاب ۲ تاس، ۳۶ نتیجه با احتمال یکسان داریم که در ۶ تاس از آنها $x_1 + x_2 = 7$ و در ۴ تاس از آنها $x_1 + x_2 = 5$

است. پس احتمال موفقیت برای هر کدام از این پرتها در هر بار: $P_x = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ و $P_y = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ است.

X و Y خود و متغیرهای هندسی هستند. طبق یک نکته‌ی معروف (از طلاس درس):

$$P(X < Y) = \frac{P_x}{P_x + P_y} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{9}} = \frac{3}{5}$$

۳۵- فرض کنید A, B, C سه پیشامد مستقل با شرایط زیر باشند. مقدار $P(A)$ کدام است؟ $(A \Delta C = \text{تفاضل متقارن})$

پیشامدهای A و C

a) $P(A \cup B \cup C) = 0.9$

b) $P(A \cup B) = 0.6$

c) $P(A \Delta C) = 0.5$

$\frac{2}{5}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۴)

پاسخ: گزینش (۴)

فرض کنیم:

$$a = P(A)$$

$$b = P(B)$$

$$c = P(C)$$

با توجه به استقلال داریم $P(A \cap B) = P(A)P(B) = ab$ و

$$P(A \cup B \cup C) = a + b + c - ab - ac - bc + abc = .9$$

$$P(A \cup B) = a + b - ab = .7$$

$$P(A \Delta C) = a + c - 2ac = .5$$

از اطلاعات داده شده به این صورت استفاده کنید:

از C فاکتور بگیرد و از معادله دوم استفاده کنید.

①

$$a+b+c - ab - bc - ac + abc = .9$$

②

$$a+b - ab = .6$$

③

$$a+c - 2ac = .5$$

$$a = .5$$

$$\Rightarrow b = .2$$

$$c = .75$$

رقم کی معائنہ:

$$.19 + C - .19C = .19 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{.19}{.19} = .175$$

$$a + b - ab = .19$$

$$a + C - 2ac = .15$$

$$\longrightarrow .15a = .125 \quad \rightarrow a = .15$$

۳۶- در دایره‌ای به شعاع R ، n نقطه را به تصادف و مستقل از هم انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه فاصله نزدیک‌ترین نقطه تا مرکز دایره حداقل r باشد ($r < R$) کدام است؟

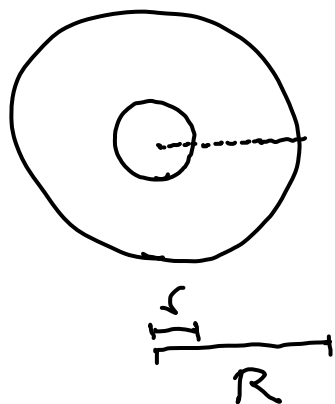
$$\left(\frac{r}{R}\right)^n \quad (۱)$$

$$\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^n \quad (۲)$$

$$1 - \left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n \quad (۳)$$

$$1 - \left(\frac{r}{R}\right)^n \quad (۴)$$

پاسخ: گزین (۲)



باتوجه به مساحت نواحی، احتمال آن که نقطه‌ای خارج از دایره کوچک باشد:

$$P = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} = 1 - \frac{r^2}{R^2}$$

ما می‌خواهیم هم نقاط خارج از دایره کوچک باشند یعنی این مسئله n بار رخ دهد:

$$P^n = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^n$$

۳۷- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل از توزیع یکسان هندسی با پارامتر p و تابع احتمال زیر باشند. مقدار $P(X = Y)$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} p(1-p)^{x-1} & x = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$\frac{p(1-p)}{2-p} \quad (1)$$

$$\frac{(1-p)^2}{p(2-p)} \quad (2)$$

$$\frac{p}{2-p} \quad (3)$$

$$\frac{p^2(1-p)}{2-p} \quad (4)$$

دایک: نذین (۳)

کانون جمع:

$$P(X=Y) = \sum_{x=1}^{\infty} P(X=x, Y=x) = \sum_{x=1}^{\infty} P(X=x)P(Y=x)$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} p q^{x-1} p q^{x-1} = p^2 \sum_{x=1}^{\infty} q^{2x-2} = p^2 \frac{1}{1-q^2}$$

$$= \frac{p^2}{(1-q)(1+q)} = \frac{p^2}{p(r-p)} = \frac{p}{r-p}$$

۳۸- فرض کنید X و Y دارای جدول تابع احتمال توأم زیر باشند. مقدار $P(X=1 | Y=-1)$ کدام است؟

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
1	0	$\frac{1}{3}$	0

- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{3}$

پاسخ: گزیده (۲)

$$P(X=1 | Y=-1) = \frac{P(X=1, Y=-1)}{P(Y=-1)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

۳۹- فرض کنید θ به روش گشتاوری (MME) کدام است؟
یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد.

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^{\theta} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینہ (۱)

$$\bar{X} = \frac{.1 + .3 + .5 + .7 + .9}{5} = .5 = \frac{1}{2}$$

$$E[X] = \int_0^1 x (\theta+1)x^\theta dx = (\theta+1) \frac{x^{\theta+2}}{\theta+2} \Big|_0^1 = \frac{\theta+1}{\theta+2}$$

$$\frac{\theta+1}{\theta+2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 0$$

۴۰- ۱۰ دایره با اندازه‌های متفاوت در صفحه رسم کرده‌ایم. حداکثر چند نقطه تقاطع از برخورد آنها در صفحه ایجاد می‌شود؟

(۱) ۴۵

(۲) ۹۰

(۳) ۱۳۵

(۴) ۱۸۰

پایخ: گذشت (۲)

$P_n =$ تعداد نقاط برخورد

دایره‌ی n ام با حوکه‌ام از $n-1$ دایره قبلی
حد اکثر ۲ برخورد دارد.

$$P_n = P_{n-1} + 2(n-1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & P_2 = 2 \\ & P_3 = 2 + 4 \\ & P_4 = 2 + 4 + 6 \quad \Rightarrow \quad P_n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n-1) = 2 \frac{n(n-1)}{2} = n(n-1) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad P_{10} = 10 \times 9 = 90$$

۴۱- می‌خواهیم ۱۰ دانشجو را به ۵ گروه نامتمایز دو نفره تقسیم کنیم. اگر دو دانشجوی A و B نخواهند با هم در یک تیم باشند، چند انتخاب برای تیم‌ها وجود دارد؟

(۱) ۸۴۰

(۲) ۹۴۵

(۳) ۱۶۸۰

(۴) ۲۶۸۸۰

پایخ: گزینه (۱)
(این سؤال در وایت‌برد مربوط به درس ریاضیات گسسته است)

مانند محاسبه تعداد امتیازهای خاصی:

$$\text{جواب:} = \frac{1}{5!} \binom{10}{2,2,2,2,2} - \frac{1}{4!} \binom{1}{2,2,2,2}$$

$$= 945 - 105$$

$$= 840$$